

追踪研究中的趋势与动态：模型发展、整合与分化¹

刘 源 姚志晨

西南大学心理学部

认知与人格教育部重点实验室

摘 要 “趋势”和“动态”是追踪研究中两大研究问题。趋势研究描述心理构念的系统性变化，动态研究关注多次测量之间的历时性影响，而近年来也发展出同时考查趋势和动态的模型，将这两类研究问题进行整合。介绍了趋势、动态以及结合趋势与动态研究的研究问题及其定义，分别梳理了它们在面板数据、密集追踪数据中使用的统计模型和注意事项，通过一个健康与退休研究案例数据详细介绍了上述模型如何建模、如何解释。对诸多的纵向模型的关系进行比较与梳理，指出了模型选择中的问题，最终给出了模型选择的框架。

关键词：追踪研究，趋势，动态，面板数据，密集追踪数据，模型选择

追踪研究(longitudinal study, 或纵向研究)对同一个或同一批被试重复观测，揭示心理活动的发展规律以及其随时间发展的变化等特征，被广泛地应用在心理与行为、教育、认知神经科学等领域中。随着统计方法的发展，追踪研究的设计、数据收集范式及其分析方法也不断迭代更新，目前的数据收集范式常见于面板数据(panel data)、密集追踪数据(intensive longitudinal data)、时间序列数据(time series data)等，它们要解决的研究问题有所区别，使用的统计方法也存在差异。

追踪研究的研究问题可以分为“趋势(trends)”和“动态(dynamics)”两类(Voelkle et al., 2018; Lohmann et al., 2023; 刘源等, 2022)。这两类研究在关注的科学问题、研究设计、分析侧重点等方面均存在一定差异。目前针对“趋势”和“动态”的研究，大多可以使用结构方程模型(structural equation modeling, SEM)和多水平模型(multilevel modeling, MLM, 也叫多层/阶层线性模型)两

¹ 收稿日期：2024 年 8 月 19 日。通讯作者：刘源，lyuuan@swu.edu.cn。
西南大学领军团队项目：SWU-XJLJ202307

种统计视角建模，二者能相互转换，但也有一定的使用条件。本文从“趋势”和“动态”两类研究问题出发，结合数据收集范式的特点，探讨追踪研究要解决的问题、统计模型如何建模以及使用过程中容易出现的问题，为研究者提供一个可参考的分析框架。

1. 趋势研究

1.1 趋势研究问题及其在心理学中的应用

趋势研究的主要任务是描述心理构念的系统性趋势，特别是个体的心理构念的水平是否随时间的变化而不同，是心理构念的一般特征或规律性特征，其增长形态可以用时间函数来表示(Hamaker, 2023; Lohmann et al., 2023)。这类研究问题以宏观视角，探讨心理构念是否随时间发生了变化、在一定时间范围内的变化轨迹、整体变化中是否有个体差异，以及变量间如何相互影响等问题。发展趋势的模型也被称为“静态追踪模型(static longitudinal models)”(Voelkle et al., 2018)，此类研究问题在数据收集上多以时间间隔较大、时间跨度较久的面板数据通过重复测量来进行(McNeish & Hamaker, 2020)。顾名思义，“面板”就像一个个的截面一样，在同一个时间点上收集大量的信息(多个被试与多个变量)。

发展趋势研究常应用在心理行为与健康领域如个体自尊、焦虑、利他行为、限制性饮食的长时间发展(王苑芮等 2023; 张斌等 2023)，教育领域如关注个体学业水平、能力、自我调节的增长趋势(刘源, 刘红云, 2018; 张刚要, 俞犇, 2024)，认知神经科学领域如大脑结构、脑血管反应随个体年龄变化的变化(Chen et al., 2024; Li et al., 2023)。

1.2 趋势研究的模型

1.2.1 潜增长模型建模

潜增长模型(latent growth model, LGM; McArdle & Epstein, 1987)在 SEM 的视角下定义趋势，主要适用于面板数据。图 1 就是一个线性 LGM 的例子，模型表示为

$y_{it} = \eta_1 + (t-1)\eta_2 + \varepsilon_{it}$ (1)且 $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 。该模型是一个因子均值结构的模型，观测变量的截距 μ_i 均限定为 0，因子 η_1 、 η_2 的均值 α_1 、 α_2 自由估计，表示趋势的初始状态和增长速率；因子方差为 ζ_{1i} 、 ζ_{2i} 且满足 $[\zeta_{1i}, \zeta_{2i}]' \sim N(\mathbf{0}, \Psi)$ ，描述轨迹参数的个体差异。在线性 LGM 中，截距的载荷向量限定为 $[1, 1, 1, 1]'$ ，斜率的载荷向量限定为 $[0, 1, 2, 3]'$ ，而非线性的形态可以灵活限定斜率的载荷向量，也可以考察复杂的结构模型(Hoyle, 2023; 方杰等, 2021; 方杰, 温忠麟, 2022; 温忠麟等, 2024)。

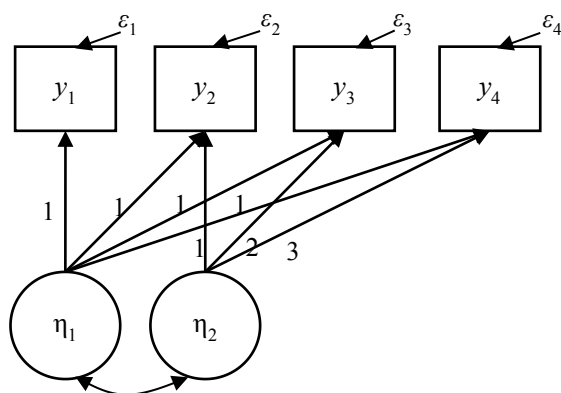


图 1 潜增长模型示意图

1.2.2 多水平模型

带有趋势的 MLM 可以构建和潜增长模型相同的分析框架(Goldstein & Woodhouse, 2001), 并同时适用于面板数据和密集追踪数据。构造了一个“重复测量嵌套于个体”的嵌套数据，有

第一水平: $y_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}t + e_{it}$

第二水平: $\pi_{0i} = \gamma_{00} + u_{0i}$ (2)在第一水平定义测量次数 t 对结果变量的影响, t 看成是
 $\pi_{1i} = \gamma_{10} + u_{1i}$

一个时变协变量(time-variant variable), 系数 π_{1i} 表示了增长速率(斜率)。时间变量 t 可以采取中心化的方式, 将起始时间定义为原点, 这时的 π_{0i} 可以表示为初始状态水平高低(截距)。对于第一水平方程的截距和斜率, 假设他们都存在随机效应, 残差满足 $[u_{0j}, u_{1j}]' \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$; e_{it} 表示重复测量水平的残差, $e_{it} \sim N(0, \sigma_e^2)$ 。

1.3 使用趋势模型的注意事项

构造发展趋势模型的核心是对增长形态进行描述。所以, 不管用何种方法建模, 最核心的问题是对截距参数和斜率参数进行解释。一般地, SEM 和 MLM 两种视角定义的模型可以相互转换, 这为后续许多整合模型研究提供了理论基础(Asparouhov & Muthén, 2023; Ernst et al., 2023)。二者也有所区别, 首先, 在对时间点的定义上, 潜增长模型的时间系数是一个限制的矩阵(如线性 LGM 中的斜率载荷向量为 $[0, 1, 2, 3]'$), 而多水平模型的时间是一个随机变量, 所以多水平模型对时间的处理更灵活, 这也是为什么当测量次数增加时(如密集追踪数据研究范式), 多水平模型会成为更流行的分析框架(Castro-Alvarez et al., 2022a; 2022b)。此外, 在数据格式上, 潜增长模型将每次测量看成一个变量, 使用的是“宽格式(wide format)”数据; 多水平模型的结果变量定义为一个变量, 测量的时间需要额外定义一个变量, 使用的是“长格式(long format)”数据。如果重复测量次数增多, 宽格式数据的估计代价会更高, 带来不收敛、不合理的解、精度下降等问题(Castro-Alvarez et al., 2022b; Walther et al., 2024)。

此外, 观测变量 y_{it} 不仅仅局限于一个指标。心理学中的许多构念都是通过量表来进行测量的, 涉及到多个指标的测量(y_{itq} , 表示被试 i 在时间 t 上第 q 个题目的观测指标)。基于潜增长模型的追踪研究设计可以借助 SEM 测量模型的优势定义复杂的纵向测量模型(如 Castro-Alvarez et

al., 2022a, 2022b)。这时，量表的跨时测量不变性(measurement invariance)也是需要检查的因素之一(王阳等，2020)。

2. 动态研究

2.1 动态研究问题及其在心理学中的应用

动态研究解决的问题聚焦在多次测量之间历时性的变化，关注发展波动性和变量之间的往复关系，即个体在多次测量之间是如何发展变化的(Hecht, et al., 2023; Hsiao, 2022)。故动态研究关注的问题为心理变量的延续性(carryover)、惰性(inertia)或多变量之间的交叉滞后效应(cross-lagged effect)(Castro-Alvarez et al., 2022b; Hamaker, 2015)。动态过程研究其实比发展趋势出现的更早，它关注微观视角，也可以理解为个体的易受到环境的“状态(state)”变化；区别于稳定的(或系统性变化的)心理“特质(trait/disposition)”，是当前观测值中除去了个体系统性变化之外的部分(Ernst et al., 2023; Núñez-Regueiro et al., 2022)。

面板数据是传统动态过程数据收集的范式之一。例如，交叉滞后模型就是基于面板数据但是关注动态过程的典型模型，一般在 6 次测量以内(Hamaker et al. 2015; Tseng, 2024)。近年来随着密集型追踪数据的流行，动态研究中的时间点往往超过 10 次，测量间隔更短(McNeish & Hamaker, 2020; 郑舒方等, 2021)。

动态研究在心理学中的应用也非常广泛。例如，Orth 和 Krauss 等人（2024）对自恋人格的稳定性特点进行了系统性综述发现了自恋特质存在较高的排序稳定性；自尊和抑郁之间也存在双向的负向预测(Braun et al., 2021; Orth et al., 2021)；学校和教育领域中也有许多研究者就师生关系、同伴关系、社会情感能力、负向情绪等的相互影响展开讨论(Blanke et al., 2022; 邓宇泽等, 2025; 马敏等, 2025)。只不过在一些经验采样为数据收集范式的研究中(例如刁惠悦等, 2019; 黄

顺森等, 2024; 邢璐等, 2019), 研究者仍然聚焦个体随时间的趋势或直接将多次密集追踪合并, 不关注延续性和交叉滞后效应, 并未真正解决“动态”的研究问题。

2.2 动态研究的模型

2.2.1 基于路径分析的交叉滞后模型

在面板数据下的动态过程研究的基本模型可以追溯到交叉滞后模型(cross-lagged model, CLM, Kenny & Harackiewicz, 1979)。图 2a 是利用路径分析视角建立的自回归模型示意图。模型定义为

$$y_{it} = \mu_t + \beta_t y_{i(t-1)} + e_{it} \quad (3)$$
 其中, $e_{it} \sim N(0, \sigma_e^2)$ 。令 $y_{it}^* = \beta_t y_{i(t-1)} + e_{it}$, 观测变量被分解为一个截距 μ_t 和累积效应 y_{it}^* , 后者可持续迭代至 $t=2$ 。模型中的动态参数体现在系数 β_t (自回归系数), 也叫排序稳定性(rank-order stability; Jongerling & Hamaker, 2011; Roberts & DelVecchio, 2000; Roberts & Nickel, 2021)。它体现了个体相对于群体均值而言的位置。

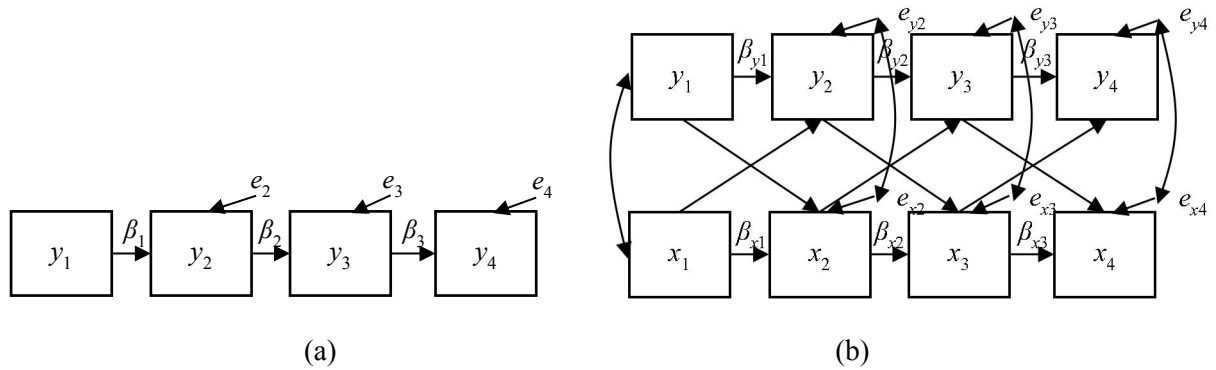


图 2 单变量自回归(a)与双变量交叉滞后(b)模型示意图

可以把它拓展到包含多个变量的情况, 建立交叉滞后模型(图 2b), 即

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_{yt} + \beta_{y1t} y_{i(t-1)} + \beta_{y2t} x_{i(t-1)} + e_{yit} \\ x_{it} &= \mu_{xt} + \beta_{x1t} x_{i(t-1)} + \beta_{x2t} y_{i(t-1)} + e_{xit} \end{aligned} \quad (4)$$

模型中的动态参数体现在自回归系数(β_{y1t} 、 β_{x1t})和交叉滞后系数(β_{y2t} 、 β_{x2t}), 也称为历时性影响; 温忠麟等, 2024)。

2.2.2 时间序列分析建模

研究动态过程的另一种方法是采用时间序列分析(time-series analysis)的视角使用自回归模型来建模,可以应用在密集追踪数据当中。在时间序列分析框架中,不同次的观测变量是一个“序列”,是长格式数据。模型为

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{(t-1)} + \beta_2 y_{(t-2)} + \dots + e_t$$
 (5)在方程 5 中,当次测量值可以与前一次(y_{t-1})、前两次(y_{t-2}).....前 p 次(y_{t-p})等历时性测量有关,称为阶数。一个最简化的模型就是一阶自回归,假设当次测量仅与前一次测量有关。系数 β_1 、 β_2都是动态参数; e_t 是随机残差, $e_t \sim N(0, \sigma_e^2)$ 。我们发现方程 5 中的自回归系数(β)与方程 3 中的(β_t)不同,没有下角标 t ,说明自回归效应在不同的测量次数之间是相等的。这里假设了自相关(即标准化自回归)的平稳性(stationary),表明了时间序列的统计特征(如均值、方差、自相关)与时间无关,不会随着时间发生系统性变化(王燕, 2022; Hamilton, 1994)。故对于一个平稳序列,它的均值为常数,且自相关系数只依赖于时间的平移跨度而与时间的起止点无关。

特别地,如果平稳性不能满足,意味着该序列的取值大小与时间有关,即呈现出趋势特征。前文中我们定义了趋势是一种“系统性变化”,可以写成时间的函数,也被称之为确定性因素(deterministic factor),因为趋势函数能通过固定的函数关系推算出给定 t 时刻下特质水平高低,这些函数关系可以包含趋势(trend)、季节性(season)、周期性(cycle)等(Falkenström et al., 2023; Mills, 2011; Pearson, 1917)。故在对非平稳序列建模时需要去趋势,可以建立残差自回归模型,将确定性因素用趋势模型(或其他季节性模型)建模,残差上再建立自回归影响²。我们将在 3.2 中再进行介绍(方程 15)。

² 此外还有差分(Differencing)序列分析,即建立相邻两次测量值之差 $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ (一阶差分 $\Delta^1 y_t$,可以根据数据特征计算相隔 d 次测量之差的 d 阶差分运算 $\Delta^d y_t$),再在差分序列上建立自回归模型(称为求和自回归移动平均, autoregressive integrated moving average, ARIMA)。但是残差模型比差分序列有更强的实践意义,这种方法也被应用在结合趋势与动态的模型中。

自回归模型也有诸多变式。例如,移动平均模型(moving average, MA)考查前一次残差对当次观测影响;自回归移动平均模型(autoregression moving average, ARMA)中既包含自回归效应又纳入了移动平均效应(Mills, 2011; Walker, 1950)。移动平均效应也是动态参数的体现。以上分析单元都是针对一个序列的情况($N=1$),如果序列数量不止 1 个($N>1$),可以建立多元时间序列模型(multivariate time series)解决输入序列 $\{x_t\}$ 和响应序列 $\{y_t\}$ 之间的关系;亦可建立向量自回归模型(vector autoregression, VAR)将多组序列 $\{y_t, z_t, \dots\}$ 运用矩阵同时建模(Lütkepohl, 2006; Mills, 2011)。在此基础上,还可以将自回归参数纳入个体差异,发展为多水平向量自回归模型等(Ernst et al., 2020; Ernst et al., 2024; Lütkepohl, 2005; Rovine & Walls, 2006)。自回归模型的识别需要根据自相关系数和偏自相关系数的特点来选择合适的模型以及确定模型的阶数,可以使用矩估计、极大似然估计、最小二乘法等方法进行参数估计(王燕, 2022; Mills, 2011)。

2.2.3 动态结构方程建模

动态结构方程模型(dynamic structural equation model, DSEM)是结合了 SEM、MLM 以及时间序列分析的综合模型,能较为灵活地分析个体动态过程(Asparouhov et al., 2018; Asparouhov & Muthén, 2020)。它主要分析密集追踪数据,也可用在面板数据中,只不过后者的参数估计可能会遇到一些问题(时间点太少、个体没有波动等)。首先, DSEM 在多水平结构方程模型(multilevel structural equation model, Muthén & Asparouhov, 2010)的基础上基于潜变量建模;其次,它在第一水平建立自回归和交叉滞后关系,应用到了时间序列分析;再次,第一水平参数允许有随机效应,并且它可以同时考虑“重复测量嵌套于个体”和“重复测量嵌套于时间”,建立交叉分类多水平模型(cross-classified multilevel model)。研究者也可以根据研究需要适当增删一些成分,比如现行的大多数 DSEM 实证研究只用到了两水平模型或基于观测变量的模型(图 3)。

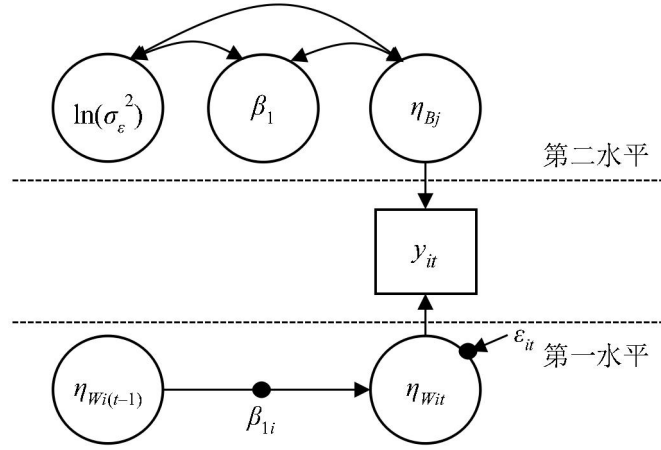


图 3 两水平动态结构方程模型示意图

以单变量的两水平 DSEM 零模型为例(Asparouhove, et al., 2018; Muthén et al., 2024)。首先, 将观测变量变异分解为组间潜变量 η_{Bi} 和组内潜变量 η_{Wit} , 即

$$y_{it} = \eta_{Bi} + \eta_{Wit} \quad (6)$$

方程 6 中, η_{Bi} 是组间(个体间)变异, η_{Wit} 是随时间变化的组内(个体内)变异。在零模型中, 定义

$$\eta_{Bi} = \alpha_{00} + \zeta_{0i} \quad (7)$$

方程 7 中的随机效应(组间变异)与显变量建模(方程 2)中的 u_{0i} 相对应。在建立了组间模型后, 组内变异可以写成 $\eta_{Wit} = y_{it} - \eta_{Bi}$, 这表示了个体水平的变异 η_{Wit} 已经经过潜中心化(latent

centering), 要比直接用组均值(显)中心化的偏差更小。现在, 我们可以定义组内(个体内)模型

$$\begin{aligned} \text{第一水平: } \eta_{Wit} &= \beta_{1i} \eta_{Wi(t-1)} + \varepsilon_{it} \\ \text{第二水平: } \beta_{1i} &= \alpha_{10} + \zeta_{1i} \\ \ln(\sigma_{\varepsilon}^2) &= \alpha_{20} + \zeta_{2i} \end{aligned} \quad (8) \text{方程 8 中的第一水平等价于}$$

$(y_{it} - \eta_{Bi}) = \beta_{1i} (y_{i(t-1)} - \eta_{Bi}) + \varepsilon_{it}$, 令 $\eta_{Wi(t-1)} = y_{i(t-1)} - \eta_{Bi}$ 为潜中心化的 $(t-1)$ 时刻的变量; 动态参数(自回归) β_{1i} 是个体水平随机的, 固定效应为 α_{10} , 随机效应为 ζ_{1i} ; ε_{it} 是重复测量残差, 满足 $\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$, 也是个体水平随机的(因为残差方差为一个正数, 经过对数转换之后的量尺就能取全体实数了), 固定效应为 α_{20} , 随机效应为 ζ_{2i} 。这里, 将方程 7 和方程 8 带入方程 6 得到合并模型 $y_{it} = \alpha_{00} + \alpha_{10} \eta_{i(t-1)} + u_{0i} + u_{1i} \eta_{i(t-1)} + \varepsilon_{it}$ 。模型中包含系数的固定效应(α_{00} 、 α_{10})和随机效应(ζ_{0i} 、 $\zeta_{1i} \eta_{i(t-1)}$)以及残差方差的固定效应(α_{20})和随机效应(ζ_{2i})。

DSEM 模型有诸多的变式。上述模型可以拓展到交叉分类多水平模型，建模方法为

$$y_{it} = \eta_{Bi} + \eta_{Bt} + \eta_{Wit} \quad (9)$$

方程 9 增加了一个随机效应 η_{Bt} ，考查“个体嵌套于时间”的随机效应。方程 8 中的系数也可以替换为 β_{lit} ，即同时考查个体水平和时间水平的随机效应

$\beta_{lit} = \alpha_{10} + \zeta_{0i} + \zeta_{0t}$ 。不难看出，当限定 $\eta_{Bt} = 0$ ，交叉分类 DSEM 就可以转换为两水平 DSEM。

需要说明的是，交叉分类模型的每个单元格只有 1 个数据点(贝叶斯估计)，可能存在不收敛的问题(Asparouhov et al., 2018)。

又如，单变量模型很容易地拓展到双变量甚至多变量的情形。变量 x 也遵循潜变量分解原

则(即 $x_{it} = \xi_{Bi} + \xi_{Wit}$)，组内变异的第一水平模型变为

$$\begin{aligned} \eta_{Wit} &= \beta_{y1i}\eta_{i(t-1)} + \beta_{y2i}\xi_{i(t-1)} + \varepsilon_{it} \\ \xi_{Wit} &= \beta_{x1i}\xi_{i(t-1)} + \beta_{x2i}\eta_{i(t-1)} + \delta_{it} \end{aligned} \quad (10)$$

多变量(多指标)的情形下，方程 7 和方程 8 均可以进一步考查测量模型和结构模型。

2.3 使用动态模型的注意事项

动态过程模型解释的核心问题在于自回归和交叉滞后效应。由于原因总是先于结果发生，在控制无关变量后，历时性影响可以在一定程度上反映因果关系(温忠麟等, 2024)。如果交叉滞后回归系数在两个方向上的效应均显著，则说明两变量之间是往复式的(reciprocal effects)，即随着时间的变化，每个变量都对另一个变量施加一种双向影响(刘源, 2021)。但是由于等同模型(equivalent model)的缘故，同一个模型的内生变量残差相关可以变化出不同的同期效应(contemporaneous effect)模型(详见附录 2，也见 Muthén, & Asparouhov, 2024)，这样就无法做出历时性因果推断了。故对因果关系的影响需要慎重解释(Greenberg & Kessler, 1982; Muthén, & Asparouhov, 2024)。

此外，在使用交叉滞后模型建模中，由于用到宽格式，自回归系数的下角标带 t ，表示了该效应不必限定跨时间一致。但是大多数情况下(如 Muthén, & Asparouhov, 2024; Núñez-Regueiro et

al., 2022), 研究者还是将其设定为跨时间一致, 即将其看作在时间序列分析框架中的自回归。这样就衍生出另一个问题: 设定跨时间一致的前提是需要测量间隔相同; 如果测量间隔不同, 跨时间一致的设定则不合适(Luo & Hu, 2023), 故对自回归的估计需要更精确的时间单位的假设。DSEM 模型可以通过缺失值插补来解决测量时间不一致的问题, 但是如果插补单元过多, 会给估计造成困难(Asparouhov & Muthén, 2020; McNeish & Hamake, 2020)。近年来的新兴的连续时间模型(continuous-time model)基于微分方程能更精确地处理时间间隔不等的问题(Asparouhov & Muthén, 2024; Driver & Voelkle, 2018; Hecht & Zitzmann, 2021a; 2021b; Lohmann et al., 2022)。

再者, 由于 DSEM 基于潜变量的方法分离组间变异(方程 7)和组内变异(方程 8), 可以分别考查不同层面的多指标测量模型, 即引入多水平验证性因子分析。而当测量次数增加, 组数变多, 测量不变性不能用传统多组比较 SEM 来解决。目前有学者提出来使用交叉分类因子分析(cross-classified factor analysis)、对齐法(Alignment)、潜马尔科夫模型(latent Markov model)等来检验密集追踪数据的测量不变性(温聪聪, 2024; Asparouhov & Muthén 2023a; Kim et al., 2023)。

3. 结合趋势与动态的研究

3.1 结合趋势与动态的研究问题及其在心理学中的应用

个体发展是一个复杂的过程, 有时候需要对发展趋势与动态过程综合考虑进行建模。特别地, “趋势”在这里是一个广义的概念: 趋势可以发生系统性变化(如果时间间隔长, 例如毕生发展), 也可以相对稳定(如果时间间隔短, 例如在一个月多次测量人格, 可以被称为“稳定特质”)。

近年来, 结合发展趋势与动态过程的研究愈发受到心理和教育领域研究者的关注。例如, 睡眠具有较强的个体差异, 这是“特质”层面的趋势特征; 但是它会受到焦虑、情绪和环境的影响, 呈现波动性, 这是“状态”层面的动态特征(Guo et al., 2024; Zhao et al., 2023); 学校与教育领域中, 研究者探索了执行功能与情绪调节、生命意义感等、孤独感与幸福感变量之间的纵向关

系，提取出特质层面的变量相关，并在个体内发现了往复式关系(贾金玲等, 2024; 刘旭等, 2024; 邢晓沛等, 2024)。Orth 等(2021)通过比较七个包含动态和趋势成分的纵向模型，对自尊和抑郁之间的潜在关联进行了分析，提取出了自尊和抑郁特质之间的关联，并将二者的延续性和交叉之后影响分离到了个体内层面。

3.2 结合趋势与动态的模型

3.2.1 随机截距模型及其拓展

最具备代表性的 SEM 视角下的模型为随机截距(交叉滞后)模型(random intercept cross-lagged model, RI-CLM, Hamaker et al., 2015, 图 4)，它将系统性的特质/趋势定位到个体间，将状态/动态定位到个体内，是心理学中“特质-状态”理论在追踪研究中得以实现的重要统计模型(Castro-Alvarez, et al., 2022a, 2022b; Steyer et al., 2015; 吴凡, 胡月琴, 2023)。随机截距模型主要用在面板数据中。将观测变量 y_{it} 按照潜变量方法进行变异分解(方程 6)。具体建模如下

$$y_{it} = \mu_i + \eta_i + \beta_i \varepsilon_{i(t-1)} + e_{it} \quad (11)$$

方程 11 中，趋势参数体现在随机截距 η_i ，系数固定为 1，均值为 0，方差自由估计； μ_i 表示指标截距，随时间变化且自由估计。 $\mu_i + \eta_i$ 对应了方程 7 $\eta_{Bi} = \alpha_{00} + \zeta_{0i}$ ，个体相对于总体均值的离异程度 η_i 相当于 ζ_{0i} ；不同在于方程 7 估计因子均值 α_{00} ，指标截距 μ_i 固定为 0，两种设定方法都能满足模型识别的要求。如果将 η_i 的方差固定为零，随机截距模型就可以简化为一般的交叉滞后模型。动态参数体现在 $\beta_i \varepsilon_{i(t-1)} + e_{it}$ 对应了方程 8 的第一水平 $\eta_{wit} = \beta_{1i} \eta_{wi(t-1)} + \varepsilon_{it}$ (组内变异)。根据模型的定义，至少要 3 次重复测量，模型才能保证识别。在方程 11 中，由于截距因子的加入，自回归 β_i 不再表示个体的排序稳定性，而称为个体内延续效应(carry-over effect)，表示了高/低于预期水平的分数可以随时间变化持续高/低于预期水平的可能性。由于传统的交叉滞后模型没有分离出真正的个体间差异，所以个体的排序稳定性中同时包含了特质之间的关联和延续效应；随机截距模型的提出将个体内和个体间变异成分进

行分离，个体内成分考查动态过程，而个体间成分考查稳定的特质。随机截距模型可以拓展到

双变量之间的相互影响，即随机截距交叉滞后模型，满足

$$\begin{aligned} y_{it} &= \mu_{yt} + \eta_i + \beta_{1yt}\varepsilon_{i(t-1)} + \beta_{2yt}\delta_{i(t-1)} + e_{yit} \\ x_{it} &= \mu_{xt} + \xi_i + \beta_{1xt}\delta_{i(t-1)} + \beta_{2xt}\varepsilon_{i(t-1)} + e_{xit} \end{aligned}$$

在模型定义时，一般允许两个随机截距因子之间相关。

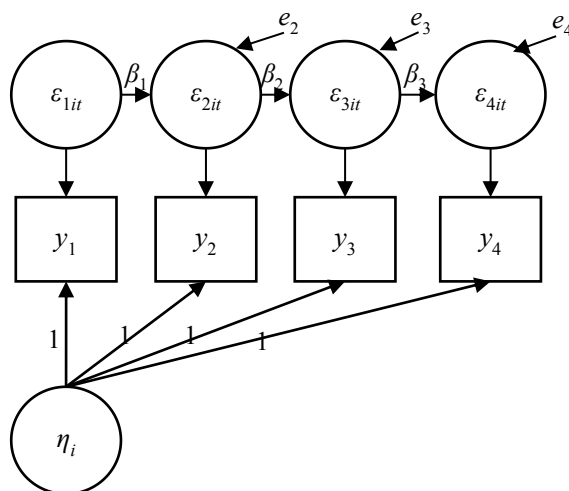
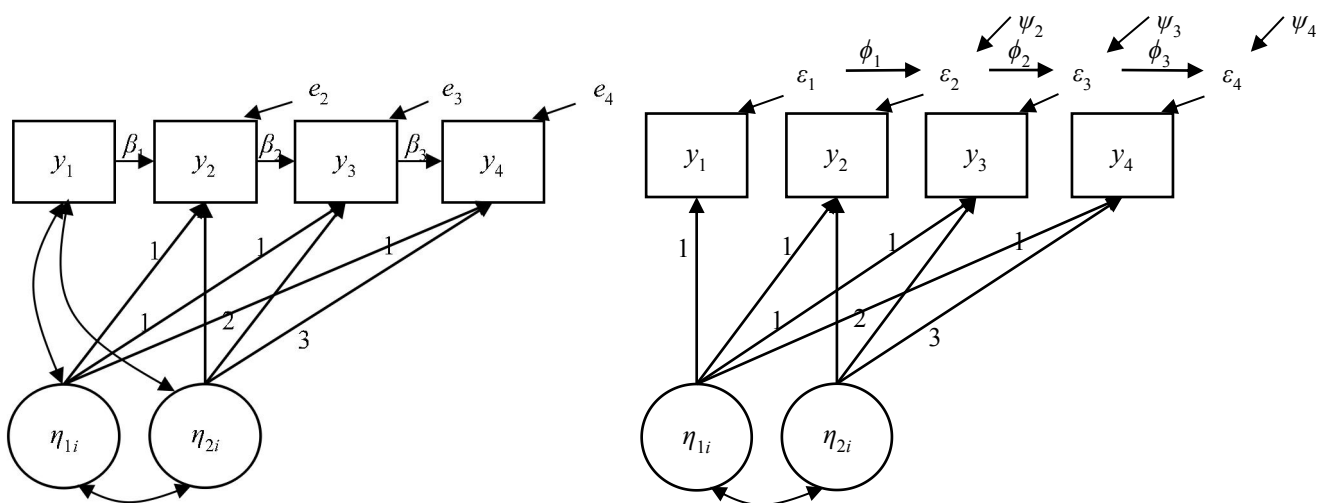


图 4 随机截距模型示意图(示单变量)

不过随机截距模型还没有真正纳入“趋势”成分，只是将稳定的特质成分分离了。如果数据中同时含有(变化的)趋势和动态成分，可以在个体间部分增加系统性趋势。目前主要有自回归潜(增长)轨迹模型(autoregressive latent trajectory, ALT, Curran & Bollen, 2001)和结构化残差潜增长模型(latent curve model with structural residuals, LCM-SR, Curran et al. 2014)两大类建模思路(如图 5 所示)。



(a)

(b)

图 5 含有趋势的自回归示意图(a 示自回归潜轨迹模型; b 示结构化残差潜增长模型)

如图 5 所示, 可知两个模型建模思路大致相同, 但动态参数添加的位置不同。ALT 建模为

$$y_{it} = \eta_{1i} + (t-1)\eta_{2i} + \beta_t y_{i(t-1)} + e_{it} \quad (t > 1) \quad (12)$$

趋势参数体现在因子 η_{1i} 和 η_{2i} , 分别表示样本的初始状态和增长速率, 其均值和方差自由估计。动态参数体现在自回归效应 β_t , 建立在观测变量 $y_{i(t-1)}$ 和 y_{it} 之间。注意 ALT 将 y_1 视为外生变量, 设定 y_1 与因子 η_{1i} 和 η_{2i} 的相关自由估计(y_1 截距自由估计), 而不去设定 y_1 被因子所决定(Bollen & Curran, 2004; Jongerling & Hamaker, 2011)³。

LCM-SR 建模为

$$y_{it} = \eta_{1i} + (t-1)\eta_{2i} + \varepsilon_{it} \quad (13)$$

$$\varepsilon_{it} = \phi_t \varepsilon_{i(t-1)} + \psi_{it}$$

其中趋势参数在结构部分, 而动态参数在残差上(ϕ_t), 残差模型

经过了中心化(Curran et al., 2014)。上述模型均可以拓展到交叉滞后模型上去, 模型中的动态参数包括了自回归系数和交叉滞后系数⁴。如果有 2 个重复测量的变量(y_{it} 、 x_{it}), 有 4 次重复测量的 ALT 模型需要假定自回归跨时一致才能满足识别; 如果要自由估计自回归系数, 需要 5 次或更多的测量次数。LCM-SR 模型的识别确保 3 次或以上的重复测量即可。

可以看到 ALT 模型的趋势成分和动态成分都建立在观测变量 y_{it} 上, 他们的效应是融合在一起的, 也被称为“累积模型(accumulative model)”或混淆模型(Usami, 2020; Usami et al., 2019)。例如, y_3 作为内源变量包含了 y_2 对它的直接影响, 同时也包含了 $\eta_{1i} \rightarrow y_2 \rightarrow y_3$ 这条间接路径。ALT 中的因子也称为“累积因子(accumulative factor)”。LCM-SR 模型的趋势成分建立在潜增长模型上,

³ 如果将 y_1 设定为内生变量, 表明 y_1 受到模型内部其他变量的影响, 可以假设 y_1 被潜变量 η_{1i} 、 η_{2i} 和上一次测量 y_0 所影响; y_0 进而也会受到 η_{1i} 、 η_{2i} 和再上一次测量 y_{-1} 的影响, 如此循环往复。假设自回归系数 β_t 具备平稳性假设, 大小为 β , 推导出在极限情况下 η_{1i} 和 η_{2i} 在 $t=1$ 对 y_1 的系数应分别为 $(1-\beta)^{-1}$ 和 $-\beta(1-\beta)^{-2}$, 测量误差为 v_1 , 且 $v_1 \sim N(0, \sigma_v^2 / (1-\beta^2))$ 。这就无法通过线性 SEM 来建模了。为了避免这种情况, y_1 视为外生变量(Andersen, 2022; Bollen & Curran, 2004; Jongerling & Hamaker, 2011)。

⁴ 交叉滞后的 ALT 模型定义为 $y_{it} = \eta_{y1i} + (t-1)\eta_{y2i} + \beta_{y1t}y_{i(t-1)} + \beta_{y2t}x_{i(t-1)} + e_{yit}$ (方程 12.A); 交叉滞后的 LCM-SR 定义为 $x_{it} = \xi_{x1i} + (t-1)\eta_{x2i} + \beta_{x1t}x_{i(t-1)} + \beta_{x2t}y_{i(t-1)} + e_{xit}$
 $y_{it} = \eta_{1i} + (t-1)\eta_{2i} + \varepsilon_{it}$, 其中 $\varepsilon_{it} = \phi_{y1t}\varepsilon_{i(t-1)} + \phi_{y2t}\delta_{i(t-1)} + \psi_{yit}$ (方程 13.A)。
 $x_{it} = \xi_{1i} + (t-1)\xi_{2i} + \delta_{it}$, 其中 $\delta_{it} = \phi_{x1t}\delta_{i(t-1)} + \phi_{x2t}\varepsilon_{i(t-1)} + \psi_{xit}$

动态成分建立在残差上，趋势和动态成分是分开的⁵。事实上，在残差上建模的过程被近年的研究统称为“残差结构方程模型(residual structural equation model, RSEM, 下简称残差模型)”(Asparouhov & Muthén, 2023; Tseng, 2024)。不难发现，随机截距模型其实也是一种残差模型，因为建立自回归的因子其实也可以看成是残差(因子和残差本质上都是潜变量，指向观测变量的路径系数都固定为 1)。目前很多研究在定义 LCM-SR 时实际上就用到了基于因子的随机截距模型定义思路(Berry & Willoughby, 2017; Yan et al., 2021)，只不过在新版的 Mplus 软件中，可以直接在残差上建立影响关系。

近年来，有一系列的模型关注结合趋势与动态的数据，这些模型都可以看成是累积模型或残差模型的变式。例如，动态面板模型(dynamic panel model, DPM, Allison et al., 2017)主要分析变量之间的因果关系，它不含增长因子，只包含稳定的截距因子(趋势)，但是在观测变量中建立自回归和交叉滞后关系(动态)，属于累积模型(Andersen, 2022; Dishop & DeShon, 2022)⁶。又如，动态部分纳入移动平均效应的模型，考查前一时刻残差对当前时刻观测值的影响，包括广义交叉滞后模型(general cross lagged model)(Zyphur, Allison, et al., 2020; Zyphur, Voelkle, et al., 2020; 袁帅等, 2021)、随机截距自回归移动平均模型(random intercept auto-regressive moving average, RI-ARMA)(Asparouhov & Muthén, 2023b)。此二者均结合了随机截距(趋势)、自回归交叉滞后和移动平均效(动态)，只是前者为累积模型，后者为残差模型。再者，SEM 框架下的测量指标也可以是多个观测变量测量得到的，他们都包含各自的测量模型。如果允许变量包含测量误差，则观测变量的变异被分解为 $y_{it} = \eta_{Bi} + \eta_{Wit} + \varepsilon_{it}$ ，可以定义特质-状态-误差(trait-state-error, TSE)模型(也叫稳定特质自回归特质与状态模型，stable trait autoregressive trait and state model, STARTS, Kenny & Zautra, 2001); TSE 也可以进一步拓展为多指标 TSE(Usami et al., 2019);

⁶ 动态面板模型的建模为， $y_{it} = \mu_t + \eta_{li} + \beta_t y_{i(t-1)} + e_{it} (t > 1)$ ，与随机截距模型相似；不同在于①自回归建立在观测变量上，②第一次测量假设为外源变量，与潜变量相关。

RI-CLM 演变为多指标 RI-CLM(也见因子交叉滞后模型, Usami et al., 2016; Mulder & Hamaker, 2021); ALT 模型也可以拓展为潜变量自回归潜轨迹模型(latent variable autoregressive latent trajectory, Bianconcini & Bollen, 2018), 这样就与 LCM-SR 殊途同归了(刘源, 2021)。关于这一系列模型的关系可参见表 1。

表 1 结合趋势与动态的模型构成一览

	测量误差	截距	斜率	移动平均
累积模型(观测变量模型)				
广义交叉滞后模型(GCLM)		\sqrt{a}		$\sqrt{}$
动态面板模型(DPM)		\sqrt{b}		
自回归潜轨迹模型(ALT)		\sqrt{b}	$\sqrt{}$	
潜变量自回归潜轨迹模型(LV-ALT)	$\sqrt{}$	\sqrt{b}	$\sqrt{}$	
残差模型				
随机截距自回归移动平均(RI-ARMA)	$\sqrt{}$	\sqrt{b}		$\sqrt{}$
随机截距模型(RI-CLM)	$\sqrt{}$	\sqrt{b}		
特质-状态-误差模型(TSE)	\sqrt{c}	\sqrt{b}		
结构化残差潜增长模型(LCM-SR)	$\sqrt{}$	\sqrt{b}	$\sqrt{}$	

注. 这里的截距和斜率均指统计上定义固定载荷的因子。在累积模型中, 二者表示累积因子; 在残差模型中, 二者表示纯粹的增长因子。累积模型中的截距和斜率在假定 y_1 为内源变量时与残差模型为等价模型(Andersen, 2021; Ou et al., 2017)。

a: 截距指定 1 次测量的单位, 其他自由估计; b: 截距限定为 1; c: 额外定义测量误差。

3.2.2 去趋势的动态结构方程模型建模

DSEM 要求时间序列是平稳的, 故包含趋势的模型其实违背了 DSEM 的基本假设。如果数据包含趋势, 去趋势是一个必要的过程(Asparouhov & Muthén, 2019; Hori & Miyazaki, 2023a, 2023b)。目前有多种方法对趋势进行处理。首先, 可以将方程 8(第一水平)中加入跟时间有关的变量 t , 个体内测量模型改写成

$$\eta_{wit} = \beta_{1i}\eta_{w(t-1)i} + \beta_{2i}t + \varepsilon_{it} \quad (14)$$

这样, 模型中关于(线性)趋势的影响就一并控制在方程中了。其中, 系数 β_{2i} 也可以考虑个体水平的随机效应, $\beta_{2i} = \alpha_{20} + \zeta_{2i}$ 。

其次，采用交叉分类的多水平模型其实也可以处理趋势，即加入时间水平的随机效应 η_{Bt} (方程 9)。这时，自回归系数就可以分解为平均的自回归大小和自回归随时间变化的变异，这样可以将不平稳的自回归波动用随机效应来进行控制(方杰, 温忠麟, 2023)。

此外，残差动态结构方程模型(residual dynamic structural equation model, RDSEM)也可以进行去趋势处理(Asparouhov & Muthén, 2020; Tseng, 2024)。在 RDSEM 中，方程 8 的第一水平变异被分解为个体内结构模型和个体内残差模型，即

$$\begin{aligned} \eta_{wit} &= \beta_{2i}t + \varepsilon_{it} \\ \varepsilon_{it} &= \phi_{1i}\varepsilon_{i(t-1)} + \psi_{it} \end{aligned} \quad (15)$$

个体内结构模型定义了当次测量下不同变量之间关系，在方程

15 中包含了时间变量的影响，系数 β_{2i} 表示了时间的(线性)趋势(也可以定义其他变量的同期效应，如 $\eta_{wit} = \gamma_{1i}x_t + \beta_{2i}t + \varepsilon_{it}$)。而个体内残差模型定义了动态/历时性影响，方程经过中心化，系数 ϕ_{1i} 表示残差自回归效应，未分解效应 $\psi_{it} \sim N(0, \sigma_\psi^2)$ 。第二水平建模与一般 DSEM 一致(方程 8)。RDSEM 中，由于个体内结构模型不包含来自不同时间的变量，所以个体内结构部分建模不受测量时间间隔的影响，这有利于趋势和动态的分离及其更准确的估计(McNeish & Hamaker, 2020; 方杰, 温忠麟, 2023)。去趋势的 DSEM 与 RDSEM 均可以拓展到交叉滞后建模，滞后参数分别建立在第一水平(方程 14)和残差水平(方程 15)(参见方程 12.A 和方程 13.A)。

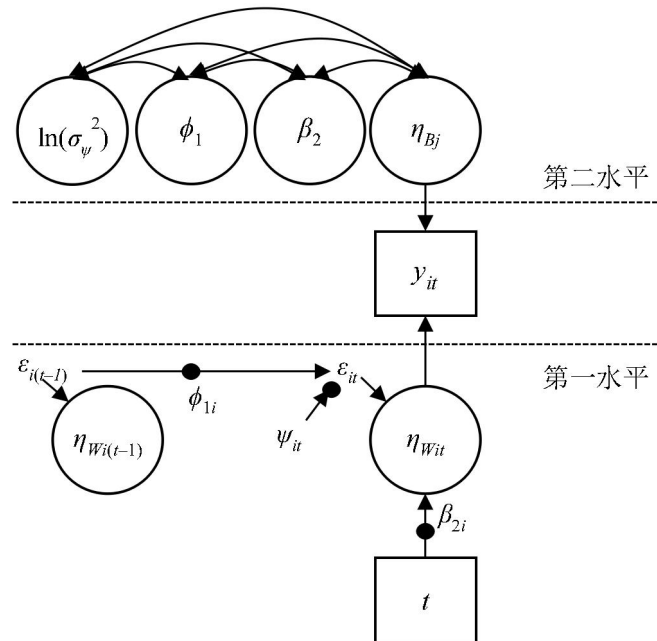


图 6 去趋势的残差动态结构方程模型示意图

3.3 结合趋势与动态模型的解释与评价

在面板数据中，结合趋势与动态的模型均将两种成分纳入到一个模型中。一个思路是以自回归交叉滞后模型为基础，将趋势并入动态(累积模型)；而另一个思路是以潜增长模型为基础，将动态加入到趋势中(残差模型)。虽然他们可以通过限定而相互转换，但累积模型(如 ALT)估计的是条件截距和斜率。这意味着即使自回归不为零，ALT 中的“截距”和“斜率”也并不代表单个潜增长曲线中的截距和斜率，因为随着时间的推移，它们对观测值的影响会通过动态效应而不断累积(Hamaker, 2005; Usami, 2020; Usami et al., 2019)。所以累积模型中的“增长因子”的含义并不单纯的表达了系统性增长，Usami 等人(2019)提出它们应该称为累积因子(accumulative factor)；她甚至另外定义了一组因子来表示这种累积关系。而残差模型中的因子仍然可以按照增长趋势进行解读。

正是由于上述原因，累积模型不要求自回归具备平稳性，因为自回归效应本身可以混淆各种变异源，时不变的其他混淆变量都可以控制在模型中(Andersen, 2022; Dishop & DeShon, 2022)。而在残差模型中，通过潜中心化将模型完全分离为个体间结构和个体内结构，即使模型中纳入时不变的个体间协变量，这种控制仅会影响到趋势参数，不会对动态参数产生影响。而残差模型所定义的协方差结构要求平稳性，否则动态效应的估计会产生偏差(Andersen.2022; Tseng, 2024)。这样看来，ALT 似乎比 LCM-SR 有更广泛的实践价值，研究者也通过数理推导和实证数据证明了在满足平稳性的前提下，LCM-SR 才会得到与 ALT 相配模型拟合(Andersen.2022; Dishop & DeShon, 2022; Murayama & Gfrörer, 2024)。但 ALT 由于没有通过潜中心化将个体内和个体间结构分离，会产生一些偏差(Muthén et al., 2024; Tseng, 2024)。

另外值得一提的是，不管是面板数据还是密集追踪数据，它们的残差模型其实更关注非残差的“结构部分”：LCM-SR 更适合探究趋势，RDSEM 更适合探究不同变量的同期影响(Andersen, 2022; Asparouhov & Muthén, 2020)。残差模型的任务是将变量的历时性影响完全剥离到残差部分，结构部分可以更充分地去定义多变量和协变量之间的同期影响(包括趋势)。因为毕竟是残差，在建模中终究是辅助角色(auxiliary)，故残差模型表达了“在允许纳入同一变量时序影响的本质之余更关注多变量之间的关系(Asparouhov & Muthén, 2020, p. 277)。”从这个角度来说，密集追踪数据所谓的“去趋势(detrending)”，字面上理解是为了满足平稳性假设而进行的数据预处理，看起来与面板数据中的“趋势”大相径庭，但却与 LCM-SR 需要满足平稳性的假设异曲同工。它们实则是使用的是同一统计分析思想：纳入到一个模型中就能通过协方差结构进行有效控制了。

4. 案例

4.1 数据与分析方法

用到美国老年协会(National Institute on Aging)的“健康与退休研究(Health and Retirement Study, HRS 2013)”数据作为案例。该研究调查了从 2013 至 2021 共十年期间老年人的行为与健康问题。每两年测一次，共 5 次间隔相等的重复测量次数。数据库中共 8,095 名被试。我们的目的在于检验行为变量(有偿工作时长 A10~E10、散步时长 A6~E6)是否在这十年间有趋势变化，以及他们之间是否有相互影响的关系(图 7)。该数据为宽格式面板数据，我们用 Mplus 内置语法将其转换为长格式(附录 1)。由于密集追踪数据(长格式)使用的语法与面板数据(长格式)相同，这里不再单独展示。

我们建立以下几个模型：潜增长模型(只考虑趋势)、交叉滞后模型(只考虑动态)、自回归潜轨迹模型(趋势+动态的累积模型)、结构化残差潜增长模型(趋势+动态的残差模型)、动态面板模型(稳定特质累积模型)、随机截距模型(稳定特质残差模型)。在 Mplus8.1 以上的版本中，可以使用“^”命令定义残差模型。如果是较低版本，可以定义因子并将其测量误差限定为 0 来实现(附录 1，两种设定

结果完全一致)。如果不将测量误差限定为 0，则得到特质状态误差(TSE)模型。累积模型中将第一次观测指标当做外源变量，与因子的相关自由估计。所有模型的语法见附录 1，长格式数据结果见附录 3。

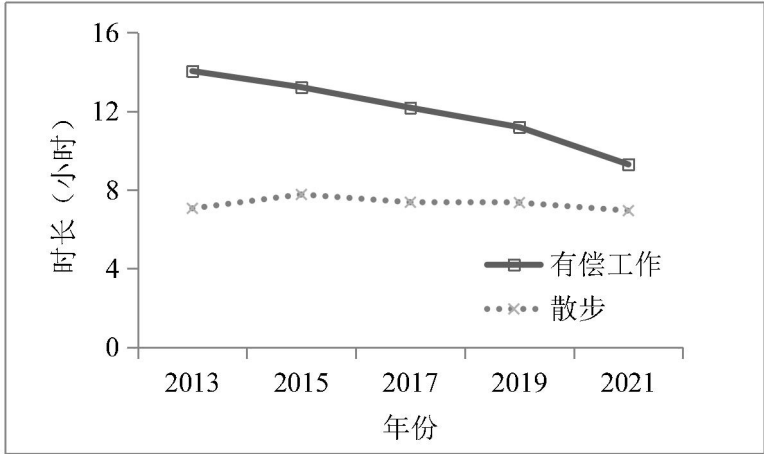


图 7 HRS2013 数据中有偿工作与散步的趋势描述统计

4.2 结果

首先进行趋势分析。从描述统计来看(图 7)，有偿工作存在一定的线性递减趋势，散步似乎没有明显趋势。对他们进行潜增长模型拟合，结果发现有偿工作时长的下降趋势(斜率因子均值 Est.=−1.246，S.E.=0.067)，而散步时长不存在趋势(斜率因子均值不显著)。其次进行动态分析，通过交叉滞后模型揭示出有偿工作时长和散步都存在延续性：即前一阶段的工作/散步时长都能正向预测下一阶段的工作/散步时长(Est.=0.766，S.E.=0.025；Est.=0.336，S.E.=0.008)；二者之间也有正向的相互影响：前一阶段的工作/散步越久，下一阶段的散步/工作也越久(Est.=0.025，S.E.=0.008；Est.=0.051，S.E.=0.005)。

但是，我们既然已经发现了这两个变量有一定的增长趋势，需要将趋势排除。建立结合趋势与动态的模型，整体拟合结果发现，包含了增长趋势的模型(ALT、LCM-SR)比仅包含稳定特质的模型(DPM、RI-CLM)拟合更优。累积模型和残差模型的拟合相差无几。整体拟合如表 2 所示。

表 2 追踪模型整体拟合一览

	潜增长模型 (LGM)	交叉滞后模 型(CLPM)	自回归潜轨 迹模型 (ALT)	结构化残差 潜增长模型 (LCM-SR)	动态面板模 型(DPM)	随机截距模 型(RI-CLM)
χ^2	449.95	1368.54	172.12	211.71	294.79	241.66
df	41	36	26	32	31	33
AIC	397705	398634	397457	397485	397570	397513
BIC	397873	398837	397730	397716	397808	397737
RMSEA	0.035	0.068	0.026	0.026	0.032	0.028
SRMR	0.030	0.084	0.029	0.022	0.035	0.027
CFI	0.977	0.924	0.992	0.990	0.985	0.988
TLI	0.975	0.907	0.986	0.986	0.979	0.984

以自回归潜轨迹模型为例(表 3)，有偿工作时长呈现明显的下降趋势；不同个体之间也存在初始值和斜率变化的差异。在控制了个体差异之后，工作时长具有较强的延续性，但散步时长几乎不存在延续性。二者之间有相互的预测关系，即上一时段更长的工作时长会导致下一时段更长的散步时长；反之亦然。

我们发现，累积模型(ALT、DPM)和和残差模型(LCM-SR、RI-CLM)的结果在趋势参数和动态参数中存在一定差异。累积模型动态参数都达到显著，趋势参数的方差有 2 个不显著；而残差模型中的交叉滞后参数几乎都不显著，趋势参数的方差全部达到显著。这也印证了残差模型其实更有利于趋势的估计。此外，这也可能和数据不符合平稳性假设有关(因为存在趋势)，导致残差模型的动态参数估计可能有偏。但是，累积模型估计斜率方差存在不合理的风险，这是累积模型参数估计有偏的证据之一。再者，结合趋势与动态的模型的自回归系数大小几乎只有交叉滞后模型的一半，说明后者的“自回归”没有排除个体间因素的影响，同时包含了“特质关联”和“延续性”，它本身不足以表示纯粹的历时性影响。

表 3 主要追踪模型参数估计结果

	自回归潜轨迹模型(累积模型)			结构化残差潜增长模型(残差模型)			动态面板模型(累积模型)			随机截距模型(残差模型)		
	<i>Est.</i>	<i>S.E.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>S.E.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>S.E.</i>	<i>p</i>	<i>Est.</i>	<i>S.E.</i>	<i>p</i>
自回归												
工作→工作	0.27	0.04	<.001	0.32	0.03	<.001	0.44	0.02	<.001	0.41	0.02	<.001
散步→散步	0.06	0.02	0.011	0.04	0.02	0.026	0.07	0.01	<.001	0.06	0.01	<.001
交叉滞后												
散步→工作	0.08	0.01	<.001	-0.001	0.01	0.944	0.07	0.01	<.001	0.01	0.01	0.377
工作→散步	0.09	0.01	<.001	0.01	0.02	0.691	0.08	0.01	<.001	0.03	0.01	0.017
因子均值												
工作截距	10.05	0.61	<.001	14.38	0.24	<.001	/ ^a			/		
工作斜率	-1.03	0.08	<.001	-1.21	0.07	<.001	/			/		
散步截距	6.22	0.28	<.001	7.30	0.14	<.001	/			/		
散步斜率	-0.15	0.08	0.045	-0.02	0.05	0.629	/			/		
因子方差												
工作截距	195.84	29.26	<.001	300.21	10.21	<.001	65.47	6.73	<.001	227.87	6.18	<.001
工作斜率	3.58	1.85	0.053	4.64	0.93	<.001	/			/		
散步截距	30.45	14.82	0.040	55.90	3.40	<.001	38.37	2.73	<.001	47.43	1.68	<.001
散步斜率	-1.38	1.50	0.359	1.39	0.50	0.005	/			/		

注. a: 动态面板模型和随机截距模型估计观测变量截距, 潜均值限定为 0。

5. 讨论与建议

5.1 模型关系与比较

结合表 1 可知，在累积模型或残差模型的视角下，各个模型都可以通过增删参数而相互转换，他们具备嵌套关系。而累积模型和残差模型之间其实也能相互转换，可以通过将外生变量限定为特定的路径系数把累积模型(ALT 或 DPM)转换为残差模型(LCM-SR 或 RI-CLPM)，所以累积模型嵌套了残差模型(Andersen, 2022)。Usami 和合作者(2019, 2020)通过建立不同的整合框架对模型进行论证。但值得说明的是，她们的框架是概念框架，其中不能同时包含累积因子和增长因子，二者不能接进行比较(Bainter & Howard, 2016; Tseng, 2024)。

尽管可以用统一框架对动态和趋势进行整合，但是它们仍然有较大的区别。首先，两类追踪研究模型要解决的研究问题不同。动态模型更关注个体内(within-person)的变化，研究重点是相邻时刻之间的延续性(如 $y_{(t-1)} \rightarrow y_t$)。这种影响是可以存在个体差异的(如多水平 VAR)，但是并非核心问题，而是控制因素。相反，趋势模型尽管使用重复测量值来估计每个个体在数据所涵盖的所有时间点上的各自独立的变化轨迹，但总体来说更关注不同个体间(between-person)的“平均”发展模式或不同个体之间的差异。这其实和一些文献中的“个体间”定义是一致的：个体间即未被时序变化(temporal)所描述的成分(Asendorpf, 2021; Hamaker, 2023)。这种差异有时候也被称为“机制”，是由于个体先天因素或在特定环境的成长过程中所决定的，也是不可逆的(Orth et al. 2021)。所以，后续提出的一系列整合框架中(如 Asparouhov & Muthén, 2023; Ernst et al., 2023)，趋势都被定义到个体间，而动态都被定义到个体内。这个意义上，趋势中所谓的“系统性变化”揭示了心理学规律和个体差异；动态要解决的是个体内的演变问题。

其次，建模所采用的基本统计方法及其前提假设不同。动态模型要求时间序列满足平稳性，因为只有满足平稳性，我们才可以从“平均”的角度来估计(所有的)前一时刻对(所有的)当次时刻的影响。数理上，平稳性体现在自回归的估计值的绝对值小于 1(Bühler & Orth, 2022)。如果自回归系数大于 1，违背了平稳性的假设，个体可能会呈现出加速发展，即存在着“趋势”，应该用趋势模型或结合趋势与动态的模型。在结合趋势与动态的模型中，残差模型也要求平稳性假设，而累积模型则不需要。

再次，如何对模型结果进行解释的角度也不同。动态模型中，排序稳定性的大小体现了个体相对于总体的位置变化，是心理变量稳定特性的体现。如果某种心理特征的相对位置不发生移动，说明这种特质不会随着时间的推移而发生变化，那么它就是“像特质的”(trait-like)，反之则被称为“状态”(state)。此时，时间跨度是一个需要考虑的因素：时间跨度越长，即使是稳定的特质，排序稳定性也会降低(一个自回归系数如 0.8，三阶自回归大小为 $0.8^3=0.5$ ，稳定性大大降低)。而趋势模型(如随机截距模型)通过固定载荷的因子定义特质，它限定跨时间恒等，不会衰减。所以，自从 Hamaker 等人(2015)提出随机截距模型以来，他们就陆续发文声称个体内和个体间效应应该剥离。这期间也有其他研究者的反驳，特质或性向(disposition)也可以有不同程度的排序稳定性，如智力、大五人格、自尊、生活满意度等(Lucas & Donnellan, 2007; Trzesniewski et al., 2003)，而在不同的时间跨度的前提下，特质可能并不是完全一成不变的(Asendorpf, 2021; Hamaker, 2023; Orth et al. 2021)。

5.2 模型选择的问题

如何选择模型，如何分离趋势和动态，一直是比较困难的事情。从实证案例来看，除了交叉滞后模型，其余的 5 个模型拟合相当，也不是所有指标都偏向 ALT。这就给实

证研究中的模型选择带来了困难。近年来其实有不少模拟研究和实证研究探索过哪些模型的性能比较稳定，但是前提条件众多，不同的数据假设和预设模型会很大程度影响模型选择(Falkenström et al., 2023; Orth et al., 2021)。Rogosa 和 Willett(1985)曾基于潜增长模型生成了有五次测量结构的数据，他们对这些数据拟合了一个自回归模型，发现自回归模型很好地描述了这些数据。基于这一比较，他们批评自回归模型具有误导性，因为它对来自潜增长模型的数据的拟合甚至优于了真模型。Bollen 和 Curran(2004)重新对这些数据拟合了单变量 ALT，发现任何阶数的自回归系数都不显著；在将自回归系数都设为零的情况下，ALT 模型与 LGM 模型整体拟合相当。这说明 ALT 模型不支持动态参数，而更支持趋势参数。Jongerling 和 Hamaker(2011)的研究也表明 ALT 模型倾向于不计后果地将任何“发展形态”估计为趋势。但研究者还是忽略了时间跨度对“发展形态”的影响。根据 Falkenström(2023)的研究，在短时间面板数据的结构下，即使是从仅包含动态结构的自回归模型生成的数据，个体的发展轨迹也会呈现出具有“确定性”趋势的结果。

笔者也生成了一个自回归效应的散点图(图 8)，验证了上述结论。并且单独提取其中的某一些时间段来(比如 $t_1 \sim t_5$ 或 $t_{16} \sim t_{20}$)，“趋势”会大相径庭。所以存在于面板数据中的趋势，既可能是由于潜在的“确定性”趋势客观存在，也可能受到动态过程的影响(是否已经达到平稳)。如何精确地区分动态与趋势，是一个亟待解决的问题。未来研究可以针对如何准确地分离出趋势和动态进行更深层次的研究，特别是不同时间跨度对轨迹造成的影响，既从理论层面探讨“发展规律”和“延续性”的区别，也从实证层面对二者进行进一步的解释。

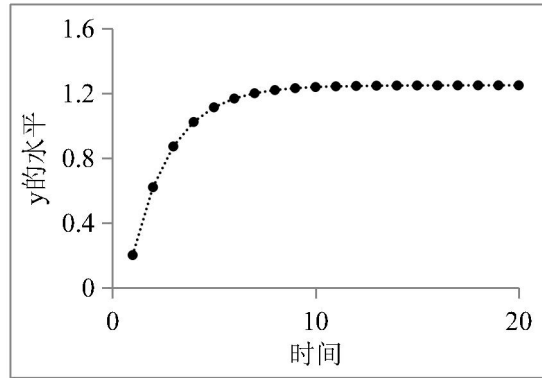


图 8 时间序列轨迹图(自回归函数为 $y_t = 0.5 + 0.6y_{t-1}$, $y_1 = 0.2$)

5.3 模型选择的建议

从实证的角度来讲，研究者当然可以考虑数据驱动，先用一系列的模型去拟合，再采用拟合更优的模型来解释，即使模型的建模条件可能与研究假设大相径庭。因此，研究者其实也很难说出这到底应该选择哪个模型，这时还需要研究者回归理论，特别是心理学中较为流行的“状态-特质”理论，可能会对研究者如何使用模型提供一定的理论参考。

如果单从数理方面来说，我们结合已有研究总结了如何使用追踪模型的框架(图 9)，提醒研究者几个关键不能忽略的步骤。首先，结合研究设计和目标心理特质的特征，收集数据时考虑使用面板数据或密集追踪数据，并确定测量时间间隔。如果计划测量次数不多于 10 次或时间间隔较长的，可以使用面板数据；反之则可以采用密集追踪数据(McNeish & Hamaker, 2020)。其次，检查变量的数量、列行比或测量对象的特点，如果变量数较多或列行比较小，建议使用长格式数据(Walther et al., 2024)；如果变量数较少，不满足测量不变性、跨时一致性，或需要提取特定的因子得分，则使用宽格式；密集追踪数据建议使用长格式以最大程度降低数理特征(如不收敛、不恰当的解)对估计造成的影响。再次，由于动态模型的前提是平稳性，面板数据可以先用潜增长模型或带时间协变量的 MLM 模型检验数据是否包含趋势，密集追踪数据(时间序列分析)可以采用单位根检验(如

Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin, KPSS 检验、Augmented-Dickey-Fuller 检验; Kwiatkowski et al., 1992)检查其平稳性。此时, 我们建议研究者先根据描述统计来初步判断数据有何发展形态, 特别是密集追踪数据中的群体均值是否单调增长, 是否随着天、周或月产生周期变化(每天 3 次, 共计 5 天的重复测量即可检测出周期性, Muthén et al., 2024)。如果包含(增长)趋势, 面板数据应使用包含趋势与动态的整合模型, 密集追踪数据则使用去趋势模型或差分模型; 如果存在周期性(密集追踪数据), 移动平均、求和自回归移动平均、指数平滑等季节调整模型可以排除周期或季节效应(王燕, 2022), 或采用余弦模型(cosinor model)将周期性纳入 RDSEM 进行控制(Muthén et al., 2024); 如果没有趋势则可直接用动态模型建模。特别地, 如果要将趋势与动态分离, 研究重点关注趋势, 残差模型应该是首要考虑的(如随机截距模型、LCM-SR、RDSEM、余弦 RDSEM); 如果研究重点关注动态, 则可以建立累积模型(如 ALT、动态面板模型)。

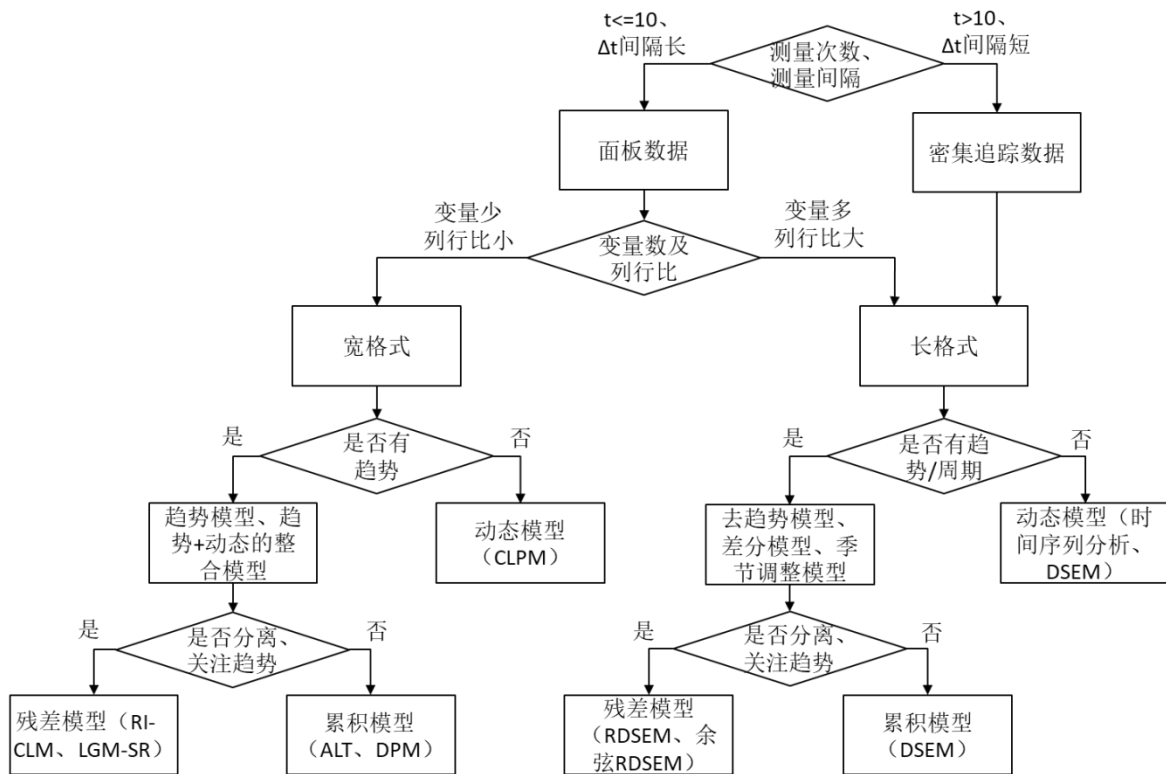


图 9 包含趋势和动态研究问题的追踪研究建模框架

参考文献

- 邓宇泽, 杨佳奇, 朱芷滢, 王烨晖. (2025). 小学生社会情感能力、师生关系和同伴关系:一项交叉滞后研究. *心理发展与教育* (03), 322–331.
doi:10.16187/j.cnki.issn1001-4918.2025.03.03.
- 刁惠悦, 宋继文, 吴伟. (2019). 经验取样法在组织行为学和人力资源管理研究中的贡献、应用误区与展望. *中国人力资源开发*, 36(1), 16–34.
- 方杰, 温忠麟. (2022). 纵向数据的调节效应分析. *心理科学进展* (11), 2461–2475.
- 方杰, 温忠麟. (2023). *中介效应和调节效应模型进阶*. 北京: 教育科学出版社.
- 方杰, 温忠麟, 邱皓政. (2021). 纵向数据的中介效应分析. *心理科学* (04), 989–996.
doi:10.16719/j.cnki.1671-6981.20210431.
- 黄顺森, 来泉雄, 张彩, 赵心媚, 代欣然, 祁梦迪..., 王耘. (2024). 青少年手机压力与心理健康的关系: 基于多元宇宙样分析和密集追踪方法. *心理学报* (06), 745–759.
- 贾金玲, 卢林鑫, 邱天龙, 宋海迎, 周瀚翔, 吕向彬..., 蔺秀云. (2024). 视障青少年生命意义追寻与生命意义感的相生相克: 基于随机截距交叉滞后模型. *中国特殊教育* (06), 44–55.
- 刘旭, 刘宇潇, 陈倩, 曹敏, 彭霖, 周宗奎. (2024). 儿童友谊质量与主观幸福感和孤独感的双向关系: 一项纵向研究. *心理科学* (04), 819–828.
doi:10.16719/j.cnki.1671-6981.20240407.
- 刘源. (2021). 多变量追踪研究的模型整合与拓展: 考查往复式影响与增长趋势. *心理科学进展*. 29(10), 1755–1772.
- 刘源, 都弘彦, 方杰, 温忠麟. (2022). 国内追踪数据分析方法研究与模型发展. *心理科学进展* (08), 1734–1746.
- 刘源, 刘红云. (2018). 非连续性与异质性——多阶段混合增长模型在语言发展研究中的应用. *华东师范大学学报(教育科学版)* (01), 137–148+166.
doi:10.16382/j.cnki.1000-5560.2018.01.017.
- 马敏, 雷媛, 张丽. (2025). 师生关系与儿童数学焦虑的双向关系: 一项纵向研究. *心理发展与教育* (03), 377–385. doi:10.16187/j.cnki.issn1001-4918.2025.03.08.
- 吴凡, 胡月琴. (2023). 人格动态性: 过程与特质整合视角. *心理科学进展* (07), 1269–1287.
- 王燕. (2022). *应用时间序列分析(第6版)*. 北京: 中国人民大学出版社.
- 王阳, 温忠麟, 付媛姝. (2020). 等效性检验——结构方程模型评价和测量不变性分析的新视角. *心理科学进展* (11), 1961–1969.
- 王苑芮, 黄时华, 金艳, 鲁丹凤. (2023). 基于潜变量增长模型的大学生利他行为变化轨迹. *中国心理卫生杂志* (10), 887–893.
- 温忠麟, 刘方, 郑渊丹, 廖心怡, 黄亦南. 为何调节效应或中介效应的实证文章那么多? . *应用心理学* 1–9. doi:10.20058/j.cnki.CJAP.024046.
- 温忠麟, 王一帆, 马鹏, 孟进. (2024). 变量之间的影响关系和多重影响因素的共同作用类型. *心理学报*, 56(10), 1462–1470.
- 邢晓沛, 赵新宇, 胡夏. (2024). 学前儿童执行功能与情绪调节的双向关系: 基于交叉滞后与随机截距交叉滞后的分析. *心理科学* (01), 80–88.
doi:10.16719/j.cnki.1671-6981.20240110.
- 邢璐, 骆南峰, 孙健敏, 李诗琪, 尹奎. (2019). 经验取样法的数据分析: 方法及应用. *中国人力资源开发*, 36(1), 35–52.

- 袁帅, 曹文蕊, 张曼玉, 吴诗雅, 魏馨怡. (2021). 通向更精确的因果分析:交叉滞后模型的新进展. *中国人力资源开发*, 38(2), 23–41.
- 张斌, 张安琪, 邱致燕, 曾奕欣, 曾成伟, 熊思成..., 王亚楠. (2023). 青少年早期限制性饮食的发展轨迹: 基于潜变量混合增长模型的分析. *心理与行为研究* (05), 621–628.
- 张刚要, 俞犇. (2024). 探究社区对大学生在线自我调节学习的影响——基于潜变量增长模型的分析. *现代教育技术*, 34 (05), 114–122.
- 郑舒方, 张沥今, 乔欣宇, 潘俊豪. (2021). 密集追踪数据分析: 模型及其应用. *心理科学进展* (11), 1948–1972.
- Allison, P. D., Williams, R., & Moral-Benito, E. (2017). Maximum likelihood for cross-lagged panel models with fixed effects. *Socius: Sociological Research for a Dynamic World*, 3, 1–17. <https://doi.org/10.1177/2378023117710578>
- Andersen, H. K. (2022). Equivalent approaches to dealing with unobserved heterogeneity in cross-lagged panel models? Investigating the benefits and drawbacks of the latent curve model with structured residuals and the random intercept cross-lagged panel model. *Psychological Methods*, 27(5), 730–751. <https://doi.org/10.1037/met0000285>
- Asendorpf, J. B. (2021). Modeling developmental processes. In J. F. Rauthmann (Ed) *The handbook of personality dynamics and processes* (pp. 815–835). Bielefeld Germany: Academic Press.
- Asparouhov, T., Hamaker, E. L., & Muthén, B. (2018). Dynamic structural equation models. *Structural equation modeling: A multidisciplinary journal*, 25(3), 359–388. <https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1406803>
- Asparouhov, T. & Muthén, B. (2024). Continuous time dynamic structural equation models. Version 4. May 13. <http://www.statmodel.com/download/CTRDSEM.pdf>
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2020). Comparison of models for the analysis of intensive longitudinal data. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 27(2), 275–297. <https://doi.org/10.1080/10705511.2019.1626733>
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2019). Latent variable centering of predictors and mediators in multilevel and time-series models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 26(1), 119–142.
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2023). Multiple group alignment for exploratory and structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 30(2), 169–191. <https://doi.org/10.1080/10705511.2022.2127100>
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2023). Residual Structural Equation Models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 30(1), 1–31. <https://doi.org/10.1080/10705511.2022.2074422>
- Berry, D., & Willoughby, M. T. (2017). On the practical interpretability of cross - lagged panel models: Rethinking a developmental workhorse. *Child development*, 88(4), 1186–1206. <https://doi.org/10.1111/cdev.12660>
- Bainter, S. A., & Howard, A. L. (2016). Comparing within-person effects from multivariate longitudinal models. *Developmental Psychology*, 52(12), 1955–1968. <https://doi.org/10.1037/dev0000215>
- Bianconcini, S., & Bollen, K. A. (2018). The latent variable-autoregressive latent trajectory model: A general framework for longitudinal data analysis. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 25(5), 791–808.

- Blanke, E. S., Neubauer, A. B., Houben, M., Erbas, Y., & Brose, A. (2022). Why do my thoughts feel so bad? Getting at the reciprocal effects of rumination and negative affect using dynamic structural equation modeling. *Emotion*, 22(8), 1773–1786. <https://doi.org/10.1037/emo0000946>
- Bollen, K. A., & Curran, P. J. (2004). Autoregressive Latent Trajectory (ALT) Models A Synthesis of Two Traditions. *Sociological Methods & Research*, 32(3), 336–383. <https://doi.org/10.1177/0049124103260222>
- Braun, L., Göllner, R., Rieger, S., Trautwein, U., & Spengler, M. (2021). How state and trait versions of self-esteem and depressive symptoms affect their interplay: A longitudinal experimental investigation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 120(1), 206–225. <https://doi.org/10.1037/pspp0000295>
- Bühler, J. L., & Orth, U. (2022). Rank-order stability of relationship satisfaction: A meta-analysis of longitudinal studies. *Journal of Personality and Social Psychology*, 123(5), 1138–1165. <http://dx.doi.org/10.1037/pspp0000430>
- Castro-Alvarez, S., Tendeiro, J. N., de Jonge, P., Meijer, R. R., & Bringmann, L. F. (2022). Mixed-effects trait-state-occasion model: Studying the psychometric properties and the person–situation interactions of psychological dynamics. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 29(3), 438–451. doi: <https://doi.org/10.1080/10705511.2021.1961587>
- Castro-Alvarez, S., Tendeiro, J. N., Meijer, R. R., & Bringmann, L. F. (2022). Using structural equation modeling to study traits and states in intensive longitudinal data. *Psychological Methods*, 27(1), 17–43. doi: 10.1037/met0000393
- Chen, D. Y., Di, X., & Biswal, B. (2024). Cerebrovascular reactivity increases across development in multiple networks as revealed by a breath-holding task: A longitudinal fMRI study. *Human Brain Mapping*, 45(1), e26515. <https://doi.org/10.1002/hbm.26515>
- Curran, P. J., & Bollen, K. A. (2001). The best of both worlds: Combining autoregressive and latent curve models. In L. M. Collins & A. G. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change*. (pp. 107–135). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/10409-004>
- Curran, P. J., Howard, A. L., Bainter, S. A., Lane, S. T., & McGinley, J. S. (2014). The separation of between-person and within-person components of individual change over time: A latent curve model with structured residuals. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 82(5), 879–894. <https://doi.org/10.1037/a0035297>
- Dishop, C. R., & DeShon, R. P. (2022). A tutorial on Bollen and Brand’s approach to modeling dynamics while attending to dynamic panel bias. *Psychological Methods*, 27(6), 1089–1107. <https://doi.org/10.1037/met0000333>
- Driver, C. C., & Voelkle, M. C. (2018). Hierarchical Bayesian continuous time dynamic modeling. *Psychological Methods*, 23(4), 774–799. <https://doi.org/10.1037/met0000168>
- Duncan, T. E., & McAuley, E. (1993). Social support and efficacy cognitions in exercise adherence: A latent growth curve analysis. *Journal of Behavioral Medicine*, 16(2), 199–218. <https://doi.org/10.1007/BF00844893>
- Ernst, A. F., Albers, C. J., Jeronimus, B. F., & Timmerman, M. E. (2020). Inter-individual differences in multivariate time-series. *European Journal of Psychological Assessment*. 36(3). 482–491. <https://doi.org/10.1027/1015-5759/a000578>

- Ernst, A. F., Albers, C. J., & Timmerman, M. E. (2023). A comprehensive model framework for between-individual differences in longitudinal data. *Psychological Methods*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/met0000585>
- Ernst, A. F., Timmerman, M. E., Ji, F., Jeronimus, B. F., & Albers, C. J. (2024). Mixture multilevel vector-autoregressive modeling. *Psychological Methods*, 29(1), 137–154. <https://doi.org/10.1037/met0000551>
- Falkenström, F., Solomonov, N., & Rubel, J. (2023). To detrend, or not to detrend, that is the question? The effects of detrending on cross-lagged effects in panel models. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000632>
- Goldstein H., & Woodhouse G. (2001). Modelling repeated measurements. In A. H. Leyland & H. Goldstein (Eds.), *Multilevel modeling of health statistics* (pp. 13-26). England: John Wiley & Son, Ltd.
- Greenberg, D. F., & Kessler, R. C. (1982). Equilibrium and identification in linear panel models. *Sociological Methods & Research*, 10(4), 435–451.
- Guo, K., Zhao, X., Luo, J., Ren, Y., Liu, Y., & Yang, J. (2024). Relationship of sleep with diurnal cortisol rhythm considering sleep measurement and cortisol sampling schemes. *Psychoneuroendocrinology*, 162. <https://doi.org/10.1016/j.psyneuen.2023.106952>
- Hamaker, E. L. (2005). Conditions for the equivalence of the autoregressive latent trajectory model and a latent growth curve model with autoregressive disturbances. *Sociological Methods & Research*, 33(3), 404–416. <https://doi.org/10.1177/0049124104270220>
- Hamaker, E. L. (2023). The within-between dispute in cross-lagged panel research and how to move forward. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000600>
- Hamaker, E. L., Kuiper, R. M., & Grasman, R. P. (2015). A critique of the cross-lagged panel model. *Psychological Methods*, 20(1), 102–116. <https://doi.org/10.1037/a0038889>
- Hamilton, J. D. (1994). State-space models. In *Handbook of Econometrics* (Vol. 4, pp. 3039–3080). Elsevier. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1573-4412\(05\)80019-4](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1573-4412(05)80019-4)
- Hecht, M., Walther, J., Arnold, M., & Zitzmann, S. (2023). Finding the optimal number of persons (n) and time points (t) for maximal power in dynamic longitudinal models given a fixed budget. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 31(3), 535–551 <https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2230520>
- Hecht, M., & Zitzmann, S. (2021a). Exploring the unfolding of dynamic effects with continuous-time models: Recommendations concerning statistical power to detect peak cross-lagged effects. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28(6), 894–902. <https://doi.org/10.1080/10705511.2021.1914627>
- Hecht, M., & Zitzmann, S. (2021b). Sample size recommendations for continuous-time models: Compensating shorter time series with larger numbers of persons and vice versa. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28(2), 229–236. <https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1779069>
- Hsiao, C. (2022). *Analysis of panel data* (4th ed). NY: Cambridge university press.
- Hori, K., & Miyazaki, Y. (2023a). Cross-level covariance approach to the disaggregation of between-person effect and within-person effect. *Psychological Methods*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/met0000548>

- Hori, K., & Miyazaki, Y. (2023b). Latent curve detrending for disaggregating between-person effect and within-person effect. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 30(2), 192–213.
- Hoyle, R. H. (2023). *Handbook of structural equation modeling*, 2nd edition. NY: Guilford Press.
- Jongerling, J., & Hamaker, E. L. (2011). On the trajectories of the predetermined ALT model: What are we really modeling? *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 18(3), 370–382. <https://doi.org/10.1080/10705511.2011.582004>
- Kenny, D. A., & Harackiewicz, J. M. (1979). Cross-lagged panel correlation: Practice and promise. *Journal of Applied Psychology*, 64(4), 372–379. doi: 10.1037/0021-9010.64.4.372
- Kenny, D. A., & Zautra, A. (2001). Trait–state models for longitudinal data. In L. M. Collins & A. G. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change* (pp. 243–263). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/10409-008>
- Kim, E., Cao, C., Liu, S., Wang, Y., & Dedrick, R. (2023). Testing measurement invariance over time with intensive longitudinal data and identifying a source of non-invariance. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 30(3), 393–411. <https://doi.org/10.1080/10705511.2022.2130331>
- Li, W., Liu, Y., Qiu, J., & Li, Y. (2023). Bidirectional relationship between insular grey matter volume and alexithymia: Evidence from a longitudinal study. *Journal of Affective Disorders*, 339, 799–806. <https://doi.org/10.1016/j.jad.2023.07.041>
- Lohmann, J. F., Zitzmann, S., & Hecht, M. (2024). Studying between-subject differences in trends and dynamics: Introducing the random coefficients continuous-time latent curve model with structured residuals. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. 31(1), 151–164. <https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2192889>
- Lohmann, J. F., Zitzmann, S., Voelke, M. C., & Hecht, M. (2022). A primer on continuous-time modeling in educational research: An exemplary application of a continuous-time latent curve model with structured residuals (CT-LCM-SR) to PISA Data. *Large-Scale Assessments in Education*, 10, 5. <https://doi.org/10.1186/s40536-022-00126-8>
- Luo, X., & Hu, Y. (2023). Temporal misalignment in intensive longitudinal data: Consequences and solutions based on dynamic structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. 31(1), 118–131. <https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2207749>
- Lucas, R. E., & Donnellan, M. B. (2007). How stable is happiness? Using the STARTS model to estimate the stability of life satisfaction. *Journal of research in personality*, 41(5), 1091–1098.
- Lütkepohl, H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. Springer Science & Business Media.
- McArdle, J. J., & Epstein, D. (1987). Latent growth curves within developmental structural equation models. *Child Development*, 58(1), 110–133. <https://doi.org/10.2307/1130295>
- McNeish, D., & Hamaker, E. L. (2020). A primer on two-level dynamic structural equation models for intensive longitudinal data in Mplus. *Psychological Methods*, 25(5), 610–635. <https://doi.org/10.1037/met0000250>
- Mills, T. C. (2011). The formal modelling of stationary time series: Wold and the Russians. In: *The foundations of modern time series analysis. Palgrave advanced texts in econometrics series*. London: Palgrave Macmillan, https://doi.org/10.1057/9780230305021_7

- Mulder, J. D., & Hamaker, E. L. (2021). Three extensions of the random intercept cross-lagged panel model. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28(4), 638–648. <https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1784738>
- Murayama, K., & Gfrörer, T. (2024). Thinking clearly about time-invariant confounders in cross-lagged panel models: A guide for choosing a statistical model from a causal inference perspective. *Psychological Methods*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/met0000647>
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2010). Beyond multilevel regression modeling: Multilevel analysis in a general latent variable framework. In J. Hox & J. K. Roberts (Eds) *Handbook of advanced multilevel analysis* (pp. 15–40). NY: Routledge.
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2018). Recent methods for the study of measurement invariance with many groups: Alignment and random effects. *Sociological Methods & Research*, 47(4), 637–664.
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2024). Can cross-lagged panel modeling be relied on to establish cross-lagged effects? The case of contemporaneous and reciprocal effects. *Psychological Methods*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/met0000661>
- Muthén, B., Asparouhov, T., & Keijsers, L. (2024). Dynamic structural equation modeling with cycles. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 1–23. <https://doi.org/10.1080/10705511.2024.2406510>
- Muthén, B., Asparouhov, T. & Keijsers, L. (2024). Dynamic structural equation modeling with cycles. Submitted for publication. <https://www.statmodel.com/download/DSEMCycles.pdf>
- Núñez-Regueiro, F., Juhel, J., Bressoux, P., & Nurra, C. (2022). Identifying reciprocities in school motivation research: A review of issues and solutions associated with cross-lagged effects models. *Journal of Educational Psychology*, 114(5), 945–965. <https://doi.org/10.1037/edu0000700>
- Orth, U., Clark, D. A., Donnellan, M. B., & Robins, R. W. (2021). Testing prospective effects in longitudinal research: Comparing seven competing cross-lagged models. *Journal of Personality and Social Psychology*, 120(4), 1013–1034. <https://doi.org/10.1037/pspp0000358>
- Orth, U., Krauss, S., & Back, M. D. (2024). Development of narcissism across the life span: A meta-analytic review of longitudinal studies. *Psychological Bulletin*, 150(6), 643–665. <https://doi.org/10.1037/bul0000436>
- Orth, U., Meier, L. L., Bühler, J. L., Dapp, L. C., Krauss, S., Messerli, D., & Robins, R. W. (2024). Effect size guidelines for cross-lagged effects. *Psychological Methods*, 29(2), 421–433. <https://doi.org/10.1037/met0000499>
- Persons, W. M. (1917). On the variate difference correlation method and curve-fitting. *Publications of the American Statistical Association*. 15(118). 602–642.
- Roberts, B. W., & DelVecchio, W. F. (2000). The rank-order consistency of personality traits from childhood to old age: A quantitative review of longitudinal studies. *Psychological Bulletin*, 126(1), 126(1), 3–25
- Roberts, B. W., & Nickel, L. B. (2021). Personality development across the life course: A neo-socioanalytic perspective. In O. P. John & R. W. Robins (Eds.), *Handbook of personality: Theory and research* (4th ed., pp. 259–283). NY: The Guilford Press.

- Rogosa, D. R., & Willett, J. B. (1985). Understanding correlates of change by modeling individual differences in growth. *Psychometrika*, 50, 203–228.
- Rovine, M. J., & Walls, T. A. (2006). Multilevel autoregressive modeling of interindividual differences in the stability of a process. In T. A. Walls & J. L. Schafer (Eds.), *Models for intensive longitudinal data* (pp. 124–147). NY: Oxford University Press.
- Steyer, R., Mayer, A., Geiser, C., & Cole, D. A. (2015). A theory of states and traits—Revised. *Annual review of clinical psychology*, 11(1), 71–98.
<https://doi.org/10.1146/annurev-clinpsy-032813-153719>
- Trzesniewski, K. H., Donnellan, M. B., & Robins, R. W. (2003). Stability of self-esteem across the life span. *Journal of Personality and Social Psychology*, 84(1), 205–220.
- Tseng, M.-C. (2024). Fitting cross-lagged panel models with the residual structural equations approach. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 1–9.
<https://doi.org/10.1080/10705511.2023.2296862>
- Usami, S. (2020). On the differences between general cross-lagged panel model and random-intercept cross-lagged panel model: Interpretation of cross-lagged parameters and model choice. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28(3), 331–344. <https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1821690>
- Usami, S., Hayes, T., & McArdle, J. J. (2016). Inferring longitudinal relationships between variables: Model selection between the latent change score and autoregressive cross-lagged factor models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 23(3), 331–342. <https://doi.org/10.1080/10705511.2015.1066680>
- Usami, S., Murayama, K., & Hamaker, E. L. (2019). A unified framework of longitudinal models to examine reciprocal relations. *Psychological Methods*, 24(5), 637–657.
<https://doi.org/10.1037/met0000210>
- Voelkle, M. C., Gische, C., Driver, C. C., & Lindenberger, U. (2018). The role of time in the quest for understanding psychological mechanisms. *Multivariate Behavioral Research*, 53(6), 782–805. <https://doi.org/10.1080/00273171.2018.1496813>
- Walther, J. K., Hecht, M., Nagengast, B., & Zitzmann, S. (2024). To be long or to be wide: How data format influences convergence and estimation accuracy in multilevel structural equation modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 1–16.
<https://doi.org/10.1080/10705511.2024.2320050>
- Yan, N., Liu, Y., Ansari, A., Li, K., & Li, X. (2021). Mothers' depressive symptoms and children's internalizing and externalizing behaviors: Examining reciprocal trait-state effects from age 2 to 15. *Child Development*, 92(6), 2496–2508. <https://doi.org/10.1111/cdev.13609>
- Zhao, X., Hu, W., Liu, Y., Guo, K., Liu, Y., & Yang, J. (2023). Separating the influences of means and daily variations of sleep on the stress-induced salivary cortisol response. *Psychoneuroendocrinology*, 151. <https://doi.org/10.1016/j.psyneuen.2023.106059>
- Zyphur, M. J., Allison, P. D., Tay, L., Voelkle, M. C., Preacher, K. J., Zhang, Z., ... & Diener, E. (2020). From data to causes I: Building a general cross-lagged panel model (GCLM). *Organizational Research Methods*, 23(4), 651–687.
- Zyphur, M. J., Voelkle, M. C., Tay, L., Allison, P. D., Preacher, K. J., Zhang, Z., ... & Diener, E. (2020). From data to causes II: Comparing approaches to panel data analysis. *Organizational Research Methods*, 23(4), 688–716.

Trends and dynamics in longitudinal research: Model development, integration, and differentiation

LIU, Yuan, YAO, Zhichen

Faculty of Psychology, Southwest University

Key Laboratory of Cognition and Personality (SWU), Ministry of Education

Abstract: “Trends” and “dynamics” are two popular issues in longitudinal research. While trends studies focus on the systematic change of the psychological construct, dynamics studies mainly emphasize the carry-over and reciprocal effect between variables among the repeated measures. Recently, studies have focused on the integration of the above two longitudinal issues and thus yield numerous models combining trends and dynamics components. The present study retrospected the main research questions from both trends, dynamics, and the combination of the two issues, reviewed a series of models employed in both panel data and intensive longitudinal data, and raised several critical discussions on model selections. We used empirical data from the Health and Retirement Study (HRS) 2013 to show how to apply the numerous longitudinal models in practice. Finally, we compared the longitudinal models and offered practical suggestions.

Key words: Longitudinal research; trends; dynamics; panel data; intensive longitudinal data; model selection

附录 1 结合趋势和动态的模型 Mplus 语句

A1.1 基于结构方程模型的宽格式数据

```
TITLE: THIS IS AN EG OF WIDE
DATA: FILE IS cams(-9).dat;
VARIABLE: NAMES ARE ***;
USEV ARE A10 B10 C10 D10 E10
         A6 B6 C6 D6 E6;
MISSING ARE ALL (-9);
!累积模型/自回归潜轨迹模型;
MODEL:
I1 S1 | B10@1 C10@2 D10@3 E10@4; !定义趋势;
I2 S2 | B6@1 C6@2 D6@3 E6@4;
I1-S2 A10 A6 WITH I1-S2 A10 A6; !定义外源变量与潜变量相关;
I1 S1 WITH A6@0; !限定不同的变量之间外源变量相关限定为 0;
I2 S2 WITH A10@0;
B10-E10 PON A10-D10 (1); !定义动态且设定平稳性;
B6-E6 PON A6-D6 (2);
B6-E6 PON A10-D10 (3);
B10-E10 PON A6-D6 (4);
B10 WITH B6; !定义残差相关;
C10 WITH C6;
D10 WITH D6;
E10 WITH E6;
OUTPUT: SAMPSTAT;

!残差模型/结构化残差潜增长模型;
MODEL:
I1 S1 | A10@0 B10@1 C10@2 D10@3 E10@4; !定义趋势;
I2 S2 | A6@0 B6@1 C6@2 D6@3 E6@4;
B10^E10^ PON A10^D10^(1); !定义动态且设定平稳性;
B6^E6^ PON A6^D6^(2);
B6^E6^ PON A10^D10^(3);
B10^E10^ PON A6^D6^(4);
I1-S2 WITH I1-S2; !定义潜变量相关;
A10 WITH A6; !定义残差相关;
B10 WITH B6;
C10 WITH C6;
D10 WITH D6;
E10 WITH E6;

!累积模型/动态面板模型;
MODEL:
I1 BY B10@1 C10@1 D10@1 E10@1; !定义稳定趋势;
I2 BY B6@1 C6@1 D6@1 E6@1;
I1 WITH A10; I2 WITH A6; I1 WITH I2; !定义外源变量与潜变量相关,潜变量相关;
I1 WITH A6@0; I2 WITH A10@0; !限定不同变量之间外源变量相关为 0;
B10-E10 PON A10-D10 (1); !定义动态且设定平稳性;
B6-E6 PON A6-D6 (2);
B6-E6 PON A10-D10 (3);
B10-E10 PON A6-D6 (4);
B10 WITH B6; !定义残差相关;
C10 WITH C6;
D10 WITH D6;
```

E10 WITH E6;

!残差模型/随机截距模型;

MODEL:

I1 BY A10@1 B10@1 C10@1 D10@1 E10@1; !定义稳定趋势;

I2 BY A6@1 B6@1 C6@1 D6@1 E6@1;

I1 WITH I2; !定义潜变量相关;

B10^E10^ PON A10^D10^ (1); !定义动态且设定平稳性;

B6^E6^ PON A6^D6^ (2);

B6^E6^ PON A10^D10^ (3);

B10^E10^ PON A6^D6^ (4);

A10 WITH A6; !定义残差相关;

B10 WITH B6;

C10 WITH C6;

D10 WITH D6;

E10 WITH E6;

!采用潜变量建模的方法(不用残差命令);

MODEL:

FA10 BY A10; FB10 BY B10; FC10 BY C10; !定义“潜变量”残差;

FD10 BY D10; FE10 BY E10;

FA6 BY A6; FB6 BY B6; FC6 BY C6;

FD6 BY D6; FE6 BY E6;

A10-E10@0; A6-E6@0; !限定潜变量误差为 0,放宽限定即 TSE 模型;

I1 BY A10@1 B10@1 C10@1 D10@1 E10@1; !定义稳定趋势;

I2 BY A6@1 B6@1 C6@1 D6@1 E6@1;

I1 WITH I2; !定义潜变量相关;

FB10-FE10 PON FA10-FD10 (1); !定义动态且设定平稳性;

FB6-FE6 PON FA6-FD6 (2);

FB6-FE6 PON FA10-FD10 (3);

FB10-FE10 PON FA6-FD6 (4);

FA10 WITH FA6; !定义残差相关;

FB10 WITH FB6;

FC10 WITH FC6;

FD10 WITH FD6;

FE10 WITH FE6;

I1 I2 WITH FA10@0 !设定因子与外源潜变量因子相关为 0;

FA6@0; !此路径(外源变量相关)为 Mplus 默认估计路径;

A1.2 基于动态结构方程模型的长格式数据

TITLE: THIS IS AN EG OF LONG

DATA: FILE IS sl_cams.dat;

DATA WIDETOLONG; !使用 Mplus 内置的“宽转长”格式的命令;

WIDE = A10 B10 C10 D10 E10 | A6 B6 C6 D6 E6;

LONG = T10 | T6;

IDVARIABLE = PERSON;

REPETITION = TIME;

VARIABLE: NAMES ARE ***;

USEV ARE T10 T6 PERSON TIME; !使用变量即转换之后的长变量;

MISSING ARE ALL (-9);

CLUSTER = PERSON;

WITHIN = TIME;

LAGGED = T10(1) T6(1);

ANALYSIS: TYPE = TWOLEVEL;

ESTIMATOR = BAYES; !时间序列分析模型需要用贝叶斯方法进行估计;

```
PROCESSORS = 2;
BITERATIONS = (2000);
```

!累积模型;

MODEL:

```
%WITHIN%
T10 T6 ON TIME;      !定义趋势;
T10 ON T10&1 T6&1;   !定义动态;
T6 ON T6&1 T10&1;
T10 WITH T6;
%BETWEEN%
T10 T6;              !组间部分默认估计均值,也可以用方括号[T10 T6]来表示均值,下同;
T10 WITH T6;
```

!残差模型;

MODEL:

```
%WITHIN%
T10 T6 ON TIME;      !定义趋势;
T10^ ON T10^1 T6^1;  !定义动态;
T6^ ON T6^1 T10^1;
T10 WITH T6;
%BETWEEN%
T10 T6;
T10 WITH T6;
```

!累积模型随机斜率,这里只展示随机趋势斜率,与 SEM 模型定义一致;

MODEL:

```
%WITHIN%
TREN1 | T10 ON TIME; !定义趋势随机效应;
TREN2 | T6 ON TIME;
T10 ON T10&1 T6&1;   !定义动态;
T6 ON T6&1 T10&1;
T10 T6;
T10 WITH T6;
%BETWEEN%
[T10 T6];
T10 T6;  T10 WITH T6;
[TREN1 TREN2];      !估计趋势固定效应;
TREN1 TREN2;         !估计趋势随机效应方差;
TREN1 WITH TREN2;    !估计趋势随机效应协方差;
```

!残差模型随机斜率,这里只展示随机趋势斜率,与 SEM 模型定义一致;

MODEL:

```
%WITHIN%
TREN1 | T10 ON TIME; !定义趋势随机效应;
TREN2 | T6 ON TIME;
T10^ ON T10^1 T6^1;  !定义动态;
T6^ ON T6^1 T10^1;
T10 WITH T6;
%BETWEEN%
[T10 T6];
T10 T6;  T10 WITH T6;
[TREN1 TREN2];      !估计趋势固定效应;
TREN1 TREN2;         !估计趋势随机效应方差;
TREN1 WITH TREN2;    !估计趋势随机效应协方差;
```

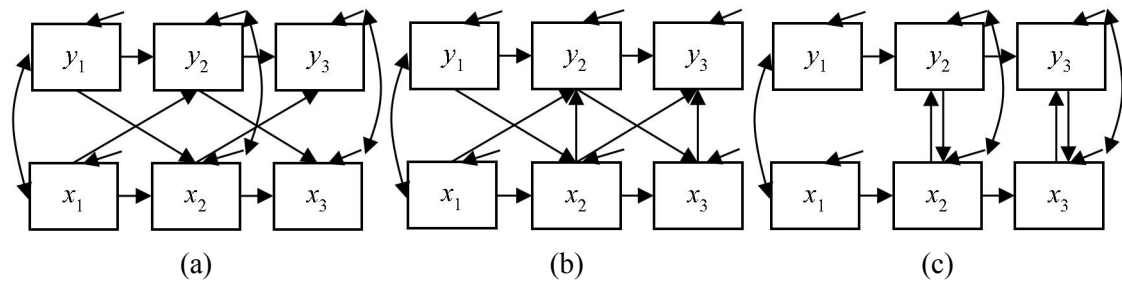
!完整的随机斜率模型,展示随机动态参数斜率和随机残差,该模型估计时间较长,且在残差模型中不能收敛.只作为语法示意,感兴趣的读者可以根据需要进行调整;

```

MODEL:
  %WITHIN%
  TREN1 | T10 ON TIME; !定义趋势随机效应;
  TREN2 | T6 ON TIME;
  AUTO1 | T10 ON T10&1;!定义动态随机效应;
  CLAG1 | T10 ON T6&1;
  AUTO2 | T6 ON T6&1;
  CLAG2 | T6 ON T10&1;
  LOGV1 | T10;          !定义残差随机效应;
  LOGV2 | T6;
  %BETWEEN%
  [T10 T6];
  T10 T6;
  [TREN1-LOGV2];        !估计固定效应;
  TREN1-LOGV2;          !估计随机效应方差与协方差;
  T10 WITH T6; TREN1 WITH TREN2;
  AUTO1-CLAG2 WITH AUTO1-CLAG2;
  LOGV1 WITH LOGV2;

```

附录 2 同期效应模型示意图



注. 三个等效模型示意图(示 3 个时间点)。图中的模型整体拟合完全一致，参数个数也完全一致。图 a 是标准交叉滞后模型；图 b 是将残差相关更改为 $x \rightarrow y$ 的单向影响，表示了同期效应；图 c 是将交叉滞后路径修改到同一时间点，表示了 $x \rightarrow y$ 以及 $y \rightarrow x$ 的同期效应。更多同期效应模型的设定及其参数估计问题可参考 Muthén 和 Asparouhov(2024)。

附录 3 动态结构方程模型(长格式)参数估计结果

	动态结构方程模型(仅随机截距)				残差动态结构方程模型(仅截距模型)				动态结构方程模型(随机斜率)				残差动态结构方程模型(随机斜率)			
	Est.	后验 SD	95%区间		Est.	后验 SD	95%区间		Est.	后验 SD	95%区间		Est.	后验 SD	95%区间	
固定效应																
工作趋势	-0.25	0.16	-0.54	0.07	-1.37	0.20	-1.77	-0.99	-0.24	0.14	-0.51	0.03	-1.41	0.18	-1.75	-1.06
散步趋势	0.12	0.16	-0.21	0.42	0.02	0.17	-0.32	0.36	0.11	0.18	-0.25	0.44	0.02	0.17	-0.32	0.36
工作→工作	0.75	0.01	0.72	0.77	0.76	0.01	0.73	0.78	0.75	0.01	0.72	0.77	0.76	0.01	0.73	0.78
散步→工作	-0.08	0.03	-0.14	-0.03	-0.08	0.03	-0.14	-0.03	-0.10	0.03	-0.16	-0.04	-0.09	0.03	-0.15	-0.04
散步→散步	0.10	0.04	0.02	0.18	0.14	0.05	0.05	0.24	0.01	0.04	-0.06	0.10	0.03	0.05	-0.06	0.13
工作→散步	0.06	0.02	0.02	0.09	0.06	0.02	0.03	0.09	0.06	0.02	0.02	0.09	0.07	0.02	0.03	0.10
工作截距	8.80	1.33	5.94	10.98	13.19	1.00	11.23	15.18	8.68	1.05	6.66	10.83	13.81	0.77	12.08	15.09
散步截距	6.79	0.48	5.84	7.76	7.21	0.45	6.27	8.05	6.86	0.46	5.99	7.78	7.23	0.43	6.44	8.08
组内随机效应																
工作残差	125.59	4.33	117.46	134.53	127.59	4.44	119.50	136.74	124.99	4.38	116.72	133.93	126.70	4.48	118.24	135.81
散步残差	116.33	4.83	107.47	126.52	120.54	5.53	110.79	132.40	106.58	4.81	97.67	116.49	107.61	5.79	97.55	120.07
协方差	13.14	3.03	7.28	19.06	13.00	3.11	6.85	19.07	11.75	3.16	5.53	17.84	11.35	3.31	4.95	17.83
组间随机效应																
工作残差	15.07	9.56	4.28	38.27	9.87	6.04	2.49	26.75	11.60	8.59	2.57	34.15	7.50	5.64	2.81	23.97
散步残差	40.02	5.38	29.26	50.68	33.71	6.40	20.63	45.97	35.08	4.75	26.29	44.63	33.90	5.88	22.01	44.69
协方差	7.76	7.88	-6.44	23.60	10.33	6.80	-2.54	20.89	9.40	7.55	-3.30	26.10	8.27	7.29	-6.91	21.25
工作趋势									0.12	0.09	0.02	0.37	0.46	0.58	0.03	2.08
散步趋势									2.59	0.72	1.29	4.06	2.48	0.64	1.43	3.92
趋势协方差									0.20	0.27	-0.38	0.69	-0.02	0.52	-0.92	1.04
整体拟合																
DIC	42253.16				42100.04				41795.30				41712.17			
pD	1245.30				1334.45				677.27				851.05			

注. 这里只展示包含趋势效应的随机斜率模型。动态效应和残差效应的随机斜率模型不能收敛，估计时长超过半小时，参数估计结果不再呈现。动态和残差的随机效应定义方式参见附录 1。本组数据用到筛选之后的子样本，N=2,689。结果显示累积模型中的动态参数均达到显著水平，但趋势参数估计不显著；残差模型中工作时长存在递减趋势，动态参数结果只有散步时长自回归结果不稳定。